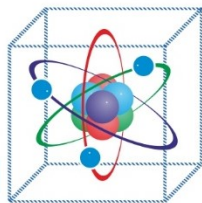


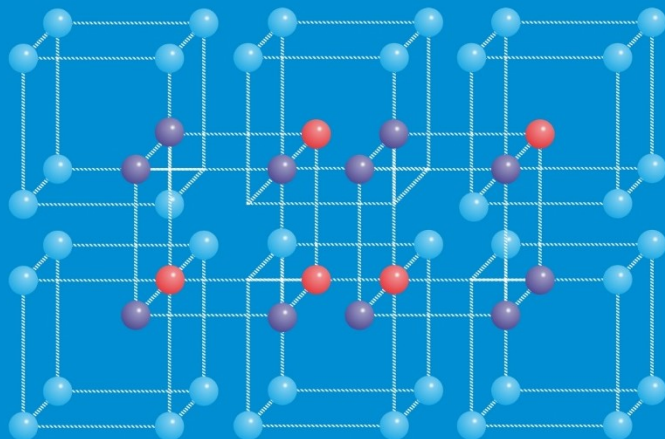
ISSN 2713-0010



НАУЧНО-ИЗДАТЕЛЬСКИЙ ЦЕНТР  
**ВЕСТНИК  
НАУКИ**

**НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ**

**ИННОВАЦИОННЫЕ НАУЧНЫЕ  
ИССЛЕДОВАНИЯ**



**ИННОВАЦИОННЫЕ НАУЧНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ**

Сетевое издание

Научный журнал

Издание основано в 2020 г.

Периодичность: 6-12 номеров в год.

Регистрационный номер СМИ Эл № ФС 77-80419 от 09.02.2021, выдано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций.

Учредитель: Научно-издательский центр «Вестник науки»

**Редакционная коллегия**

*Халиков Альберт Рашитович* (главный редактор), к.ф.-м.н., доцент каф. ЭИ, Уфимский университет науки и технологий; *Ефременко Евгений Сергеевич*, к.мед.н., доцент, зав. кафедрой биохимии, Омский государственный медицинский университет; *Старшкова Маргарита Валерьевна*, к.с.н., доцент, каф. социализации и развития личности, КАУ ДПО Алтайский институт развития образования им. А.М. Топорова; *Волков Александр Ильич*, к.с.-х.н., доцент, каф. Агроинженерии и технологии производства, переработки сельскохозяйственной продукции, Марийский государственный университет; *Маслова Жанна Николаевна*, д.филол.н., доцент, каф. Русский и иностранные языки, Петербургский государственный университет путей сообщения Императора Александра I; *Царегородцев Евгений Леонидович*, к.т.н., доцент, каф. Технологические машины и оборудование, филиал «НИУ «МЭИ» в г. Смоленске; *Симонова Светлана Сергеевна*, к.ю.н., каф. уголовного права, уголовного процесса и криминалистики, Волгоградский институт управления-филиал РАНХиГС; *Мальшиенко Константин Анатольевич*, к. э. н., доцент, каф. Экономики и финансов, Гуманитарно-педагогическая академия (филиал) КФУ имени В. И. Вернадского в г. Ялте; *Светлана Глебова Горбовская*, д.ф.н., доцент, доцент, каф. Французского языка, Санкт-Петербургский государственный университет; *Мишина Наталья Николаевна*, к.б.н., доцент, каф. Биологии, экологии и химии, Башкирский государственный университет; *Смятская Юлия Александровна*, к.т.н., доцент, Высшая школа биотехнологий и пищевых производств, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого; *Андрюшина Анна Сергеевна*, к.п.н., доцент, каф. педагогики и психологии детства, Уральский государственный педагогический университет; *Таваров Саиджон Ширалиевич*, к.т.н., доцент, каф. Безопасность жизнедеятельности, Южно-Уральский государственный университет; *Гриненко Светлана Викторовна*, д.э.н., профессор, факультет туризма и сервиса, Сочинский государственный университет; *Шевчук Вячеслав Владимирович*, к.м.н., доцент, каф. факультетской терапии №2, профессиональной патологии и клинической лабораторной диагностики, Пермский государственный медицинский университет им. академика Е.А. Вагнера Министерства здравоохранения РФ; *Преликова Елена Анатольевна*, к.соц.н., доцент, каф. охраны труда и окружающей среды, Юго-Западный государственный университет; *Белая Марина Николаевна*, к.т.н., доцент, каф. Техногенной безопасности и метрологии, Севастопольский государственный университет; *Еналдиева Мадина Анатольевна*, к.т.н., доцент, каф. Начертательной геометрии и геодезии, Северо-Кавк осударственный технологический университетазский горно-металлургический институт; *Федор Алексеевич Попов*, д.т.н., профессор, главный научный сотрудник, отделение вычислительной техники и автоматики (ОВТИА), каф. методов и средств измерений и автоматизации (МСИА), АО ФНПЦ Алтай, Бийский технологический институт АлтГТУ; *Юлия Ивановна Минина*, к.э.н., доцент, каф. менеджмента и цифрового маркетинга, Международный институт рынка; *Куликов Сергей Николаевич*, к.б.н., в.н.с., лаборатория иммунологии и разработки аллергенов, Казанский НИИ эпидемиологии и микробиологии Роспотребнадзора; *Лыгин Сергей Александрович*, к.х.н., доцент, каф. биологии экологии и химии, Бирский филиал Уфимского университета науки и технологий; *Ильин Игорь Михайлович*, к.ю.н., доцент, каф. государственно-правовых дисциплин, НовГУ им. Ярослава Мудрого; *Решетняк Сергей Николаевич*, к.т.н., доцент, каф. Энергетика и энергоэффективность горной промышленности, НИТУ МИСиС; *Етхин Алексей Иванович*, к.т.н. доцент, Зав. каф. Эксплуатация судовых механических установок ФГБОУ ВО "ГМУ имени адмирала Ф.Ф.Ушакова".

**Тип лицензии СС поддерживаемый журналом: Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)**

Адрес редакции:

450092, г. Уфа, ул. С. Кувыкина, 18/1-47. Тел.: +7 (347) 262-82-35

Официальный сайт: <https://ip-journal.ru/>E-mail: [redactor.vestnic@gmail.com](mailto:redactor.vestnic@gmail.com)

© Корректурa и верстка ООО «Научно-издательский центр «Вестник науки», 2026

© Коллектив авторов, 2026

**INNOVATIVE SCIENTIFIC RESEARCH**

Online edition  
Science Journal

The publication was founded in 2020.

Frequency: 6-12 issues per year.

Media registration number EL No. FS 77-80419 dated February 9, 2021, issued by the Federal Service for Supervision of Communications, Information Technology and Mass Media.

Founder: Research and publishing center "Vestnik nauki"

**Editorial team**

*Khalikov Albert Rashitovich (Editor-in-Chief), Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor of the Department Eli, Ufa University of Science and Technology; Efremenko Evgeniy Sergeevich, Candidate of Medical Sciences, Associate Professor, Head, Department of Biochemistry, Omsk State Medical University; Starchikova Margarita Valerievna, Ph.D., Associate Professor, Dept. socialization and personality development, KAU DPO Altai Institute for the Development of Education. A.M. Toporova; Volkov Alexander Ilyich, Candidate of Agricultural Sciences, Associate Professor, Dept. Agroengineering and production technologies, processing of agricultural products, Mari State University; Maslova Zhanna Nikolaevna, Doctor of Philology, Associate Professor, Dept. Russian and Foreign Languages, Emperor Alexander I St. Petersburg State University of Communications; Tsaregorodtsev Evgeny Leonidovich, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Dept. Technological machines and equipment, a branch of NRU MPEI in Smolensk; Simonova Svetlana Sergeevna, Ph.D. criminal law, criminal procedure and criminalistics, Volgograd Institute of Management, a branch of the RANEPa; Malyschenko Konstantin Anatolievich, Ph.D. Ph.D., Associate Professor, Dept. Economics and Finance, Humanitarian and Pedagogical Academy (branch) of KFU named after V. I. Vernadsky in Yalta; Svetlana Glebovna Gorbovskaya, Doctor of Philological Sciences, Associate Professor, Associate Professor, Dept. French, St. Petersburg State University; Minina Natalya Nikolaevna, Ph.D., Associate Professor, Dept. Biology, Ecology and Chemistry, Bashkir State University; Snyatskaya Yuliya Aleksandrovna, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Higher School of Biotechnology and Food Production, Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University; Andryanina Anna Sergeevna, Ph.D., Associate Professor, Dept. pedagogy and psychology of childhood, Ural State Pedagogical University; Tavarov Saijon Shiralievich, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Dept. Life Safety, South Ural State University; Grinenko Svetlana Viktorovna, Doctor of Economics, Professor, Faculty of Tourism and Service, Sochi State University; Shevchuk Vyacheslav Vladimirovich, Candidate of Medical Sciences, Associate Professor, Dept. Faculty Therapy No. 2, Occupational Pathology and Clinical Laboratory Diagnostics, Perm State Medical University. Academician E.A. Wagner of the Ministry of Health of the Russian Federation; Prelikova Elena Anatolyevna, Candidate of Social Sciences, Associate Professor, Dept. health and safety, Southwestern State University; Belaya Marina Nikolaevna, Ph.D., Associate Professor, Dept. Technogenic Safety and Metrology, Sevastopol State University; Enaldieva Madina Anatolyevna, Ph.D., Associate Professor, Dept. Descriptive Geometry and Geodesy, North Caucasus State Technological University Mining and Metallurgical Institute; Fedor Alekseevich Popov, Doctor of Technical Sciences, Professor, Chief Researcher, Department of Computer Science and Automation (OVTIA), Dept. methods and means of measurement and automation (MSIA), JSC FNPC Altai, Biysk Technological Institute of AltSTU; Yulia Ivanovna Minina, Candidate of Economics, Associate Professor, Dept. Management and Digital Marketing, International Market Institute; Kulikov Sergey Nikolaevich, PhD, Leading Researcher, Laboratory of Immunology and Allergen Development, Kazan Research Institute of Epidemiology and Microbiology of Rospotrebnadzor; Lygin Sergey Alexandrovich, Ph.D., Associate Professor, Dept. biology, ecology and chemistry, Birk branch of the Ufa University of Science and Technology; Ilyin Igor Mikhailovich, PhD in Law, Associate Professor, Dept. state-legal disciplines, NovSU named after Yaroslav the Wise; Reshetnyak Sergey Nikolaevich, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Dept. Energy and energy efficiency of the mining industry, NUST MISiS; Epikhin Alexey Ivanovich, Ph.D. Associate Professor, Head cafe Operation of ship mechanical installations FGBOU VO "GMU named after Admiral F.F. Ushakov".*

**CC license type supported by the journal: Attribution 4.0 International (CC BY 4.0)**



Editorial office address:

450092, Ufa, st. S. Kuvykina, 18/1-47. Tel. : +7 (347) 262-82-35

Official site: <https://ip-journal.ru/>

E-mail: [redactor.vestnic@gmail.com](mailto:redactor.vestnic@gmail.com)

© Proofreading and layout Scientific Publishing Center Vestnik Nauki LLC, 2026

© Team of authors, 2026

## ОГЛАВЛЕНИЕ

<b>РАЗДЕЛ. ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ</b> .....	<b>4</b>
STRESS–STRAIN MODELLING OF A POROUS SPHERICAL BODY UNDER COMPRESSION <i>Truong Thi Dung, Ha Nguyen Thuy Linh</i> .....	4
BOUNDARY CONTROL IN A MODEL OF NONLINEAR VISCOUS FLUID MOTION <i>Nguyen Le Thi</i> .....	12
ON THE SPECTRAL PROPERTIES OF A DIFFERENCE OPERATOR WITH A GROWING EVEN POTENTIAL <i>Dinh Quang Duc, Dinh Tien Dung</i> .....	20
<b>РАЗДЕЛ. ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ</b> .....	<b>27</b>
STUDY OF THE CONDITIONS FOR PRODUCING BITUMEN BASED ON ALTERNATIVE FEEDSTOCKS AND OXIDIZING AGENTS <i>Atayev Matlab Shichbala, Mirzali Elvin Sardar</i> .....	27
АЛГОРИТМ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ЛАВОВЫХ ПОТОКОВ ПО ЦИФРОВЫМ МОДЕЛЯМ РЕЛЬЕФА НА ОСНОВЕ U-NET <i>А.О. Маслов, М.И. Колосов</i> .....	45
<b>РАЗДЕЛ. ГУМАНИТАРНЫЕ НАУКИ</b> .....	<b>59</b>
МАРИЙ ЭЛ В ЭПОХУ ПЕРЕМЕН: 1990-1991 ГГ. <i>А.В. Судьин</i> .....	59
<b>РАЗДЕЛ. ОБЩЕСТВЕННЫЕ НАУКИ</b> .....	<b>73</b>
КОММУНИКАТИВНЫЕ КОМПЕТЕНЦИИ В СИСТЕМЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНЫХ КАЧЕСТВ МЕДИЦИНСКИХ СПЕЦИАЛИСТОВ: ПСИХОЛОГИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ РАЗЛИЧИЙ ПО ПРОФИЛЯМ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ <i>Е.А. Серкова</i> .....	73

**РАЗДЕЛ. ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ**

<https://doi.org/>  
UDK 539.3

**STRESS–STRAIN MODELLING  
OF A POROUS SPHERICAL BODY UNDER COMPRESSION**

**Truong Thi Dung, Ha Nguyen Thuy Linh,**  
Ho Chi Minh City University of Transport,  
Ho Chi Minh City

**Annotation:** This paper develops a mathematical model for the stress-strain state of a porous spherical body under uniform compressive loading, taking into account the elastic-viscoplastic behavior of the compressed skeleton. The deformation process is divided into elastic deformation of the porous medium and inelastic deformation of the skeleton. Analytical solutions are obtained within an axisymmetric formulation, and the evolution of the elastic–plastic interface is determined. Numerical results illustrate the influence of material parameters on the stress–strain distribution.

**Keywords:** porous material, spherical body, stress-strain state, elastic-viscoplasticity, compression

---

**МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРЯЖЕНИЯ-ДЕФОРМАЦИИ  
ПОРИСТОГО СФЕРИЧЕСКОГО ТЕЛА ПРИ СЖАТИИ**

**Труонг Тхи Дунг, Ха Нгуен Тхуй Линь,**  
Университет транспорта Хошимина,  
г. Хошимин

**Аннотация:** В данной работе разработана математическая модель напряженно-деформационного состояния пористого сферического тела при равномерной сжимающей нагрузке, учитывающая упруго-вязкопластическое поведение сжатого каркаса. Процесс деформации разделен на упругую деформацию пористой

среды и неупругую деформацию каркаса. Аналитические решения получены в рамках осесимметричной постановки задачи, и определена эволюция упруго-пластической границы раздела. Численные результаты иллюстрируют влияние параметров материала на распределение напряжения и деформации.

**Ключевые слова:** пористый материал, сферическое тело, напряженно-деформационное состояние, упруго-вязкопластичность, сжатие

---

## Introduction

The analysis of stress–strain states in porous materials is an important problem in continuum mechanics due to its wide applications in geomechanics, material science, and engineering structures. Porous media exhibit complex mechanical behaviour because their deformation involves both the response of the pore space and the solid skeleton. In particular, under compressive loading, the collapse of pores and the subsequent deformation of the compressed skeleton significantly affect the overall mechanical response of the material.

Mathematical modelling of such processes has been extensively studied. In [1], general approaches to modelling granular and porous media were developed, providing a theoretical basis for describing their deformation behaviour. The application of perturbation methods to stability problems in deformable media was considered in [2], while the stability of elastic–viscoplastic deformation processes was investigated in [3]. A related study on porous cylindrical and spherical bodies under compression, taking into account the inelastic behaviour of the skeleton, was presented in [4-8].

Despite these contributions, the coupled analysis of elastic deformation of the porous medium and viscoplastic deformation of the compressed skeleton in spherical geometry remains insufficiently studied. Therefore, this paper aims to develop a mathematical model describing the stress–strain state of a porous spherical body under uniform compression, considering the hardening elastic–viscoplastic properties of the compressed skeleton. Analytical solutions are obtained, and the evolution of the elastic–plastic interface is analysed.

## Main Results

A mathematical model is constructed to describe the stress–strain state of a spherical body for materials with a porous structure, whose compressed skeleton possesses hardening elastic–plastic properties. The deformation of the porous medium under uniformly distributed compressive loads is divided into two interrelated stages: elastic deformation of the porous medium and inelastic deformation of the compressed matrix.

The construction of the mathematical model describing the stress–strain state of the spherical body is carried out within an axisymmetric formulation. Analytical solutions are obtained. As compatibility conditions, the continuity of stress and displacement components at the elastic–plastic interface is imposed, as well as the condition of zero plastic strains at this boundary.

The deformation of a porous material with an initial porosity  $\varepsilon_0$  is divided into two interrelated stages [1]. The first stage corresponds to elastic deformation of the compressible porous medium, and the second stage corresponds to inelastic deformation of the compressed skeleton with hardening viscous elastic–plastic properties. The relationship between stresses and strains at the first stage is taken in the form of Hooke’s law for a compressible body, while at the second stage, the elastic deformations of the compressed skeleton obey Hooke’s law for an incompressible body [2]. In the plastic deformation zone of the compressed skeleton, a model of an incompressible hardening elastic-viscoplastic body is used [3].

The total strain in the plastic zone is represented as the sum of elastic and plastic components:

$$\varepsilon_j^\beta = \varepsilon_j^e + \varepsilon_j^p, \tag{1}$$

while the volumetric components of plastic and elastic strains satisfy the incompressibility conditions:

$$\varepsilon_{nn}^p = 0, \varepsilon_{nn}^e = -\varepsilon_0. \tag{2}$$

Let  $b$  and  $a$  denote the outer and inner radii of the spherical body, respectively. Uniformly distributed compressive loads of intensity  $q_b$  act on the outer surface, and  $q_a$  on the inner surface.

The rheological relations, plasticity condition, expressions (1), (2), together with the equilibrium equations, Cauchy relations, boundary conditions, and interface conditions, form a closed mathematical model describing the stress–strain state of the spherical body during both stages:

elastic deformation of the porous medium and inelastic deformation of the compressed skeleton.

The attainment of zero initial porosity during elastic deformation occurs simultaneously throughout the body under loading conditions described in [4].

The stress–strain state at the first stage of deformation (i.e., in the presence of uncollapsed pores), as well as at the moment of pore collapse (when the initial porosity reaches zero), is determined by relations given in [4-8].

If the porosity condition is not satisfied, a plastic zone arises near the inner surface and expands. In this case, the compressed skeleton deforms as a hardening viscous incompressible elastic–plastic medium with parameters

$$\mu = 1 + \mu_0, k, c, \eta.$$

All relations are further written in dimensionless form. Quantities with dimensions of stress are normalized by  $\mu_1$ , and those with dimensions of length by the radius  $b$ . The radial component of displacement is denoted by  $u$ .

The stress-strain state of the compressed skeleton of the spherical body is determined as follows:

In the elastic region ( $\gamma < r < 1$ )

$$\sigma_r = \frac{1}{3} \left( 1 - \frac{1}{r^3} \right) \left( \chi \eta k^3 c + 2 \mu_3 \gamma^2 \gamma e^{-c} + 2 \varphi \eta t^{-1} - c + 2 \mu \eta \gamma^3 + 3 q a f \varepsilon_0 - \varepsilon_0^3 \lambda_1 + 2 \mu_0 a^3 \right) - q b, \quad (1)$$

$$\sigma_\theta = \frac{1}{3} \left( 2 + \frac{1}{r^3} \right) \left( \chi \eta k^3 c + 2 \mu_3 \gamma^2 \gamma e^{-c} + 2 \varphi \eta t^{-1} - c + 2 \mu \eta \gamma^3 + 3 q a f \varepsilon_0 - \varepsilon_0^3 \lambda_1 + 2 \mu_0 a^3 \right) - q b, \quad (2)$$

In the plastic region ( $a < r < \gamma$ )

$$\varepsilon_r^p = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\chi k}{(c+2\mu)} \cdot \left( \frac{\gamma^3}{r^3} - 1 \right) \left( 1 - e^{-\frac{c+2\mu}{\eta} t} \right), \quad (4)$$

$$\sigma_r = -q_a + \frac{2\chi k}{\sqrt{3}(c+2\mu)} \left( \left( 1 - e^{-\frac{c+2\mu}{\eta}t} \right) \left( \left( \frac{r^3}{a^3} - 1 \right) \left( 2\mu - \frac{3\eta\gamma^2\dot{\gamma}}{r^3} \right) + 6\mu \ln \frac{ar - (c+2\mu)\gamma^3}{a^3 - 1} \right) \right),$$

$$\sigma_\theta = -q_a + \frac{\chi k}{\sqrt{3}(c+2\mu)} \left( \left( 1 - e^{-\frac{c+2\mu}{\eta}t} \right) \left( 6\mu \left( \frac{\gamma^3}{r^3} + \frac{2r^3}{3a^3} - \frac{5}{3} + 2 \ln \frac{a}{r} \right) - 3\eta\gamma^2\dot{\gamma} \left( \frac{1}{r^3} + 2 \frac{a^3 - (c+2\mu)\gamma^3}{a^3} \right) \right) \right). \tag{5}$$

Displacements and total strains

$$u = \frac{D}{r^2} - \frac{\varepsilon_0}{3}r, \varepsilon_r = -\frac{2D}{r^3} - \frac{\varepsilon_0}{3}, \varepsilon_\theta = \varepsilon_\phi = \frac{2D}{r^3} - \frac{\varepsilon_0}{3}.$$

Auxiliary expressions

$$\chi = \text{sign}(q_a - q_b),$$

$$D(t) = \frac{\chi\eta k}{2\sqrt{3}\mu(c+2\mu)} \left( 3\gamma^2\dot{\gamma} \left( e^{-\frac{c+2\mu}{\eta}t} - 1 \right) - \frac{c+2\mu}{\eta}\gamma^3 \right) + \frac{(3q_a f(\varepsilon_0) - \varepsilon_0(3\lambda_1 + 2\mu_1))\mu_0 a^3}{12\mu\mu_1}. \tag{6}$$

The radius  $\gamma$  separating elastic and plastic regions is determined from:

$$\frac{2\chi k\sqrt{3}}{\sqrt{3}(c+2\mu)} \left[ \mu \left( 1 - e^{-\frac{c+2\mu}{\eta}t} \right) \left( 2 \left( \frac{\gamma^3}{a^3} - 1 \right) + 6 \ln \frac{a}{\gamma} \right) + \gamma^2 \left( 3m\dot{\gamma} \left( e^{-\frac{c+2\mu}{\eta}t} - 1 \right) - (c + 2\mu)\gamma \right) \left( \frac{1}{a^3} + \frac{1}{3\gamma^3} - \frac{4}{3} \right) + \frac{(3q_a f(\varepsilon_0) - \varepsilon_0(3\lambda_1 + 2\mu_1))\mu_0}{9} \left( \frac{a^3}{\gamma^3} - a^3 \right) \right] = 0. \tag{7}$$

Numerical results are presented in Figure 1. Curve 1 corresponds to  $k = 0.00002$ , curve 2 to  $k = 0.00005$ , and curve 3 to  $k = 0.00006$ . Other dimensionless parameters are taken as follows:  $a = 0.25, b = 1, q_a = 10^{-4}, q_b = 5 \cdot 10^{-4}, c = 10^{-5}, \lambda_1 = 2, \mu_1 = 1, \eta = 0.00032, k = 4 \cdot 10^{-4}, \varepsilon_0 = 0.0016, \mu = 2$ .

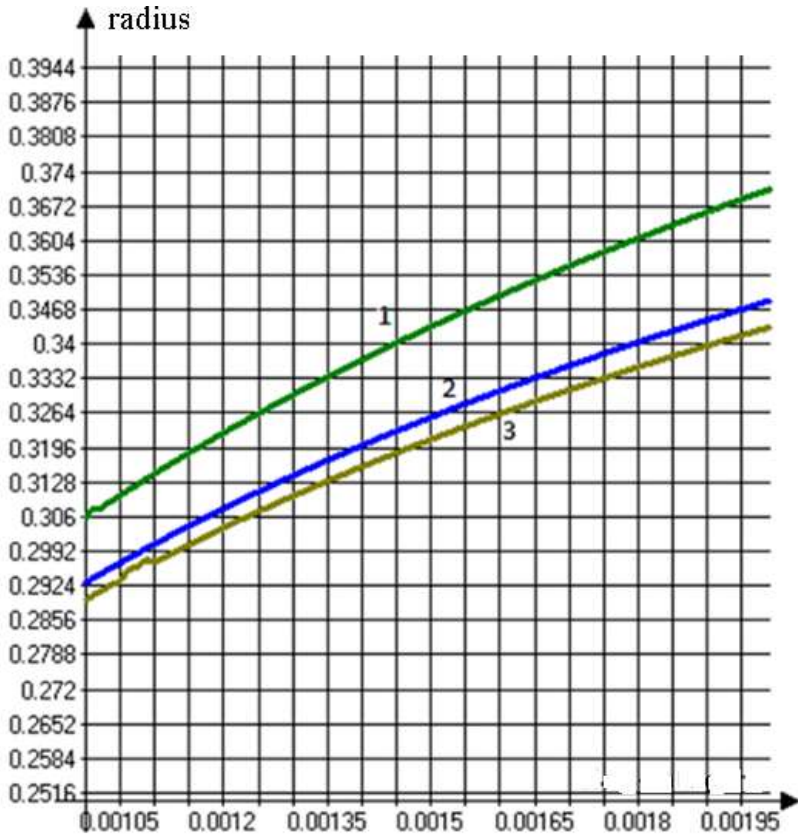


Figure 1 – Numerical results

### Conclusion

A mathematical model describing the stress–strain state of a porous spherical body under uniform compressive loading has been developed. The deformation process is represented as a combination of elastic deformation of the porous medium and viscoplastic deformation of the compressed skeleton. Analytical solutions for both elastic and plastic regions have been obtained within an axisymmetric formulation. The conditions of continuity at the elastic–plastic interface and the evolution of this boundary have been established. The results demonstrate the significant influence of material parameters on the stress distribution and the development of the plastic zone. The proposed model can be used for

further analysis of porous materials under compression and may serve as a basis for more complex numerical and applied studies.

### **Bibliography**

[1] Sadovskaya O.V. *Mathematical Modelling in Problems of Granular Media Mechanics.* / O.V. Sadovskaya, V.M. Sadovsky – Moscow: Fizmatlit, 2008.

[2] Gotsev D.V. *Perturbation Methods in Stability Problems of Reinforced Underground Openings.* / D.V. Gotsev, A.N. Sporykhin – Voronezh: Voronezh State University, 2010.

[3] Sporykhin A.N. On the stability of deformation of elastic–viscoplastic bodies. / A.N. Sporykhin // *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics* – 1967. No. 4. 52-58 p.

[4] Gotsev D.V. *Mathematical modelling of stress–strain states of porous cylindrical and spherical bodies under compression considering inelastic behaviour of the compressed skeleton.* / D.V. Gotsev, A.E. Buntov, N.S. Perunov // In: *Proceedings of the All-Russian Scientific School-Conference “Mechanics of Limit State and Related Problems”.* – Cheboksary, 2015. 91-99 p.

[5] Coussy O. *Mechanics of Porous Continua.* / O. Coussy – Chichester: John Wiley & Sons, 2004.

[6] Rice J.R. On the ductile enlargement of voids in triaxial stress fields. / J.R. Rice, D.M. Tracey // *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* – 1969. № 17(3). 201-217 p.

[7] Perzyna P. *Fundamental problems in viscoplasticity.* / P. Perzyna // *Advances in Applied Mechanics* – 1966. Vol. 9. 243-377 p.

[8] Hill R. *The Mathematical Theory of Plasticity.* / R. Hill – Oxford: Clarendon Press, 1950.

### **Список литературы (перевод)**

[1] Садовская О.В. *Математическое моделирование в задачах механики зернистых сред.* / О.В. Садовская, В.М. Садовский – Москва: Физматлит, 2008.

[2] Гоцев Д.В. Методы возмущений в задачах устойчивости армированных подземных выработок. / Д.В. Гоцев, А.Н. Спорыхин – Воронеж: Воронежский государственный университет, 2010.

[3] Спорыхин А.Н. Об устойчивости деформации упруго-вязкопластических тел. / А.Н. Спорыхин // Журнал прикладной механики и технической физики – 1967. № 4. С. 52-58.

[4] Гоцев Д.В. Математическое моделирование напряженно-деформированных состояний пористых цилиндрических и сферических тел при сжатии с учетом неупругого поведения сжатого скелета. / Д.В. Гоцев, А.Е. Бунтов, Н.С. Перунов // В: Труды Всероссийской научной школы-конференции «Механика предельного состояния и смежные проблемы». – Чебоксары, 2015. С. 91-99.

[5] Кусси О. Механика пористых континуумов. / О. Кусси – Чичестер: John Wiley & Sons, 2004.

[6] Райс Дж.Р. О пластическом расширении пустот в трехосных полях напряжений. / Дж.Р. Райс, Д.М. Трейси // Журнал механики и физики твердых тел – 1969. № 17(3). С. 201-217.

[7] Пержина П. Фундаментальные проблемы вязкопластичности. / П. Пержина // Достижения в прикладной механике – 1966. Т. 9. С. 243-377. [8] Хилл Р. Математическая теория пластичности. / Р. Хилл – Оксфорд: Clarendon Press, 1950.

© *Truong Thi Dung, Ha Nguyen Thuy Linh, 2026*

Поступила в редакцию 04.03.2026

Принята к публикации 26.03.2026

---

### ***Для цитирования:***

Truong Thi Dung, Ha Nguyen Thuy Linh Stress-strain modelling of a porous spherical body under compression [Текст] / Truong Thi Dung, Ha Nguyen Thuy Linh // Инновационные научные исследования. – 2026. – № 3-1(71). – С. 4-11.

[https://doi.org/  
UDK 532.5](https://doi.org/UDK%20532.5)

## BOUNDARY CONTROL IN A MODEL OF NONLINEAR VISCOUS FLUID MOTION

**Nguyen Le Thi,**

Faculty of Applied Sciences,  
Ho Chi Minh City University of Technology and Engineering,  
Ho Chi Minh City

**Annotation:** This paper investigates an optimal boundary control problem for the stationary flow of an incompressible nonlinear viscous fluid in a bounded domain of  $\mathbb{R}^n$  ( $n = 2,3$ ). The control parameter is the surface force field acting on a part of the boundary. A weak formulation of the controlled system is introduced, and admissible solutions are defined. Under suitable assumptions on the viscosity function, the admissible control set, and the objective functional, the existence of an optimal solution minimising the cost functional is proved using the Galerkin method and monotonicity techniques.

**Keywords:** optimal boundary control, nonlinear viscous fluid, incompressible flow, weak solution, Galerkin method

---

## ГРАНИЧНОЕ УПРАВЛЕНИЕ В МОДЕЛИ НЕЛИНЕЙНОГО ДВИЖЕНИЯ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ

**Нгуен Ле Тхи,**

факультет прикладных наук,  
Технологический и инженерный университет Хошимина,  
г. Хошимин

**Аннотация:** В данной статье исследуется задача оптимального граничного управления для стационарного течения несжимаемой нелинейной вязкой жидкости в ограниченной области  $R^n$  ( $n=2,3$ ). Параметром управления является поле поверхностных сил, действующих на часть границы. Вводится слабая формулировка

управляемой системы и определяются допустимые решения. При соответствующих предположениях относительно функции вязкости, множества допустимых управляющих воздействий и целевого функционала существование оптимального решения, минимизирующего функционал стоимости, доказывается с использованием метода Галеркина и методов монотонности.

**Ключевые слова:** оптимальное граничное управление, нелинейная вязкая жидкость, несжимаемое течение, слабое решение, метод Галеркина

---

### Introduction

Problems of control and optimisation in models of continuum mechanics have long attracted significant attention from specialists in control theory and its applications. In recent years, increasing interest has been devoted to boundary control problems for fluid flows (see, for example, [1-5] and the references therein). Such problems are of both theoretical and practical importance, since boundary control can be relatively easily implemented in real applications.

In this paper, we study an optimal boundary control problem for a system of equations describing the stationary motion of an incompressible nonlinear viscous fluid in a bounded domain of  $\mathbb{R}^n$  ( $n = 2,3$ ) with a locally Lipschitz boundary. A distinctive feature of the considered problem is that the control parameter is the field of surface forces acting on a specified part of the boundary of the flow domain, rather than the boundary velocity field, which is usually assumed in boundary control models of fluid flow. This formulation makes it possible to study flow control in domains with impermeable solid boundaries without introducing external body forces as control parameters.

In this note, conditions are formulated under which generalised (weak) solutions of the controlled system exist that minimise a given objective functional.

It should be noted that numerous works have been devoted to the study of various mathematical problems related to models of nonlinear viscous fluid motion (see the monograph [6] and papers [7-10]). Despite this, the questions concerning the existence and properties of optimal solutions to the equations describing the motion of nonlinear viscous fluids

remain insufficiently studied. Some results are available only for the two-dimensional case. In particular, the stationary optimisation problem with control by external body forces was considered in the work of T. Slawig [11], while the corresponding nonstationary problem was studied by D. Wachsmuth and T. Rubicek [12-14].

**Problem Statement and Main Result**

Let  $\Omega \subset \mathbb{R}^n (n = 2,3)$  be a bounded domain with a locally Lipschitz boundary  $\Gamma$ .

Consider the optimisation problem for the stationary flow of an incompressible nonlinear viscous fluid in the domain  $\Omega$ :

$$v \cdot \nabla v - \text{Div}S + \nabla p = f \text{ in } \Omega, \tag{1}$$

$$S = \psi(I_2(v))D(v) \text{ in } \Omega, \tag{2}$$

$$\nabla \cdot v = 0 \text{ in } \Omega, \tag{3}$$

$$v \cdot n = 0 \text{ on } \Gamma, \tag{4}$$

$$v = 0 \text{ on } \Gamma \setminus \Gamma_c, \tag{5}$$

$$(S_n)_\tau = u \text{ on } \Gamma_c, \tag{6}$$

$$u \in U, \tag{7}$$

$$J(v, S, u) \rightarrow \inf. \tag{8}$$

Here  $v$  denotes the velocity field of the fluid,  $S$  is the deviator of the stress tensor,  $p$  is the pressure, and  $f$  is a given field of external forces. The tensor  $D(v)$  is the strain-rate tensor defined by

$$D(v) = \frac{\nabla v + (\nabla v)^T}{2}.$$

Furthermore,  $I_2(v)$  is the second invariant of the strain-rate tensor

$$I_2(v) = \sum_{i,j=1}^n D_{ij}^2(v).$$

The function  $\psi: [0, +\infty) \rightarrow [0, +\infty)$  is given,  $n$  is the unit outward normal vector to the boundary  $\Gamma$ ,  $u$  is the control parameter,  $\Gamma_c$  is the part of the boundary where the control is applied,  $U$  is the set of admissible controls, and  $J$  is the prescribed objective functional.

We introduce the functional spaces used in the analysis of problems (1)-(8). Let  $M_S^{n \times n}$  denote the space of symmetric  $n \times n$  matrices with the Euclidean norm

$$\|A\|_{M_k^{n \times n}} = \left( \sum_{i,j=1}^n A_{ij}^2 \right)^{1/2},$$

for a matrix  $A = (A_{ij}) \in M_S^{n \times n}$ .

By  $L^p(\Omega, F)$  and  $W_q^m(\Omega, F)$  We denote the Lebesgue and Sobolev spaces, respectively, of functions  $v: \Omega \rightarrow F$ , where  $F$  is a finite-dimensional

space. The scalar product in  $L^2(\Omega, F)$  is denoted by  $(\cdot, \cdot)$ . We also introduce the space

$$X(\Omega, \mathbb{R}^n) = \{v \in W_2^1(\Omega, \mathbb{R}^n): \nabla \cdot v = 0, v|_{\Gamma} \cdot n = 0, v|_{\Gamma \setminus \Gamma_c} = 0\} \quad (9)$$

with the norm  $\|v\|_{X(\Omega, \mathbb{R}^n)} = \|D(v)\|_{L^2(\Omega, M_s^{n \times n})}$ .

In formula (9), the trace of a function  $v: \Omega \rightarrow \mathbb{R}^n$  from the space  $W_2^1(\Omega, \mathbb{R}^n)$  on  $\Gamma$  is defined by  $v|_{\Gamma} = \gamma_0 v$ , where  $\gamma_0: W_2^1(\Omega, \mathbb{R}^n) \rightarrow L^2(\Gamma, \mathbb{R}^n)$  is the trace operator.

In studying problem (1)-(8), we assume that the following conditions hold:

(i) the function  $\psi$  is continuous, and there exist positive constants  $\alpha_1$  and  $\alpha_2$  such that

$$\alpha_1 \leq \psi(s) \leq \alpha_2, s \in [0, +\infty);$$

(ii) for any  $A, B \in M_s^{n \times n}$ , the inequality

$$\left(\psi\left(\|A\|_{M_s^{n \times n}}^2\right)A - \psi\left(\|B\|_{M_s^{n \times n}}^2\right)B, A - B\right) \geq 0$$

holds;

(iii) the set  $U$  is bounded and sequentially weakly closed in the space

$$\{w \in L^2(\Gamma_c, \mathbb{R}^n): w \cdot n = 0\};$$

(iv) for any bounded set  $Q \subset X(\Omega, \mathbb{R}^n) \times L^2(\Omega, M_s^{n \times n}) \times L^2(\Gamma_c, \mathbb{R}^n)$ ,

$$\inf_{(v, S, u) \in Q} J(v, S, u) > -\infty;$$

(v) the functional

$$J: X(\Omega, \mathbb{R}^n) \times L^2(\Omega, M_s^{n \times n}) \times L^2(\Gamma_c, \mathbb{R}^n) \rightarrow \mathbb{R}$$

is weakly lower semicontinuous.

Let  $f \in L^2(\Omega, \mathbb{R}^n)$ .

### Definition 1.

A triple  $(v, S, u) \in X(\Omega, \mathbb{R}^n) \times L^2(\Omega, M_s^{n \times n}) \times L^2(\Gamma_c, \mathbb{R}^n)$  is called an admissible triple of the controlled system (1)-(7) if relation (2) holds, inclusion (7) is satisfied, and the identity

$$-\sum_{i=1}^n \left(v_i v, \frac{\partial \varphi}{\partial x_i}\right) + (\psi(I_2(v))D(v), D(\varphi)) = (f, \varphi) + \int_{\Gamma_c} u \cdot \varphi d\Gamma_c \quad (10)$$

holds for every  $\varphi \in X(\Omega, \mathbb{R}^n)$ .

### Remark.

The appearance of identity (10) in the definition of an admissible triple corresponds to the well-known approach used in the study of generalised (weak) solutions of hydrodynamic models with slip conditions on the boundary.

Let  $M$  denote the set of admissible triples of problem (1)-(7).

**Definition 2.**

A triple  $(v^*, S^*, u^*) \in M$  is called a solution of the optimisation problem (1)-(8) if

$$J(v^*, S^*, u^*) = \inf_{(v, S, u) \in M} J(v, S, u).$$

We now formulate the main result of the paper.

**Theorem.**

Suppose that conditions (i)–(v) are satisfied. Then the optimisation problem (1)-(8) admits at least one solution.

To prove this theorem, methods of topological degree theory, the Galerkin method, and the monotonicity property of the constitutive relation (2) are used.

**Conclusions**

In this paper, an optimal boundary control problem for the stationary motion of an incompressible nonlinear viscous fluid in a bounded domain has been studied. The control parameter was taken as the field of surface forces acting on a specified part of the boundary, which makes it possible to consider flow control in domains with impermeable rigid boundaries. A weak formulation of the controlled system was introduced, and the concept of admissible triples was defined.

Under appropriate assumptions on the viscosity function, the admissible control set, and the objective functional, the existence of an optimal solution minimising the given cost functional was proved. The proof was based on the Galerkin method, properties of monotone operators, and compactness arguments.

The obtained results contribute to the theoretical study of optimal boundary control problems for nonlinear hydrodynamic models and can serve as a basis for further investigations of more general models and numerical approaches.

## Bibliography

[1] John C. Optimal Dirichlet boundary control of stationary Navier-Stokes equations with state constraint / C. John, Wachsmuth D. // Numerical Functional Analysis and Optimisation. – 2009. Vol. 30. № 11. 1309-1338 p.

[2] Fursikov A.V. Flow of a viscous incompressible fluid around a body: Boundary-value problems and minimisation of the work of a fluid / A.V. Fursikov // *Journal of Mathematical Sciences*. – 2012. Vol. 180. № 6. 763-816 p.

[3] Doubova A. On the control of viscoelastic Jeffreys fluids / A. Doubova, E. Fernandez-Cara // *Systems. Control Letters*. – 2012. Vol. 21. 573-579 p.

[4] Liu H. Boundary optimal control of time-periodic Stokes-Oseen flows / H. Liu // *Journal of Optimisation Theory and Applications*. – 2012. Vol. 154. № 3. 1015-1035 p.

[5] Baranovskii E.S. Optimal boundary control problem for the equations of motion of polymer solutions. / E.S. Baranovskii // *Matematicheskie Trudy* – 2013. Vol. 16. №. 2. 13-27 p.

[6] Litvinov V.G. Motion of a nonlinear viscous fluid. / V.G. Litvinov – Moscow: Nauka, 1982. 376 p.

[7] Sobolevskii P.E. Existence of solutions of a mathematical model of a nonlinear viscous fluid. / P.E. Sobolevskii // *Doklady of the USSR Academy of Sciences* – 1985. Vol. 285. №. 1. 44-48 p.

[8] Litvinov W.G. Model for laminar and turbulent flows of viscous and nonlinear viscous non-Newtonian fluids / W.G. Litvinov // *Journal of Mathematical Physics*. – 2011. Vol. 52. № 5. 053102 p.

[9] Kuzmin M.Yu. On a mathematical model of the motion of a nonlinear viscous fluid with slip boundary conditions. / M.Yu. Kuzmin // *Izvestiya VUZ. Matematika* – 2007. №. 5. 53-62 p.

[10] Zhikov V.V. New approach to the solvability of generalised Navier-Stokes equations / V.V. Zhikov // *Functional Analysis and Its Applications*. – 2009. Vol. 43. № 3. 190-207 p.

[11] Slawig T. Distributed control for a class of non-Newtonian fluids / T. Slawig // *Journal of Differential Equations*. – 2005. Vol. 219. 116-143 p.

[12] Wachsmuth D. Optimal control of planar flow of incompressible non Newtonian fluids / D. Wachsmuth, T. Roubicek // *Zeitschrift für Analysis und ihre Anwendungen*. – 2010. Vol. 29. № 3. 351-376 p.

[13] Baranovskii E.S. On the stationary motion of an Oldroyd-type viscoelastic fluid. / E.S. Baranovskii // *Matematicheskii Sbornik* – 2014. Vol. 205. № 6. 3-16 p.

[14] Artemov M.A. Boundary value problems for the equations of motion of polymer fluids with nonlinear slip conditions along solid walls. /

M.A. Artemov, E.S. Baranovskii // Proceedings of the Institute of Mathematics and Mechanics, Ural Branch of the Russian Academy of Sciences – 2015. Vol. 21. № 1. 14-24 p.

### Список литературы (перевод)

[1] Джон К. Оптимальное управление стационарными уравнениями Навье-Стокса с ограничением состояния на границе Дирихле / К. Джон, Вахсмут Д. // Численный функциональный анализ и оптимизация. – 2009. Т. 30. № 11. 1309-1338 с.

[2] Фурсиков А.В. Течение вязкой несжимаемой жидкости вокруг тела: краевые задачи и минимизация работы жидкости / А.В. Фурсиков // Журнал математических наук. – 2012. Т. 180. № 6. 763-816 с.

[3] Дубова А. Об управлении вязкоупругими жидкостями Джеффриса / А. Дубова, Е. Фернандес-Кара // Системы. Письма управления. – 2012. Т. 21. 573-579 с. [4] Лю Х. Гранично-оптимальное управление периодическими по времени течениями Стокса-Озеена / Х. Лю // Журнал теории оптимизации и приложений. – 2012. Т. 154. № 3. 1015-1035 с.

[4] Барановский Е.С. Задача оптимального граничного управления для уравнений движения полимерных растворов. / Е.С. Барановский // Математические труды – 2013. Т. 16. № 2. 13-27 с.

[5] Литвинов В.Г. Движение нелинейной вязкой жидкости. / В.Г. Литвинов – Москва: Наука, 1982. 376 с.

[6] Соболевский П.Е. Существование решений математической модели нелинейной вязкой жидкости. / П.Е. Соболевский // Доклады Академии наук СССР – 1985. Т. 285. №. 1. 44-48 с.

[7] Литвинов В.Г. Модель ламинарных и турбулентных течений вязких и нелинейных вязких неньютоновских жидкостей / В.Г. Литвинов // Журнал математической физики. – 2011. Т. 52. № 5. 053102 с.

[8] Кузьмин М.Ю. О математической модели движения нелинейной вязкой жидкости с граничными условиями скольжения. / М.Ю. Кузьмин // Известия ВУЗ. Математика – 2007. №. 5. 53-62 с.

[9] Жиков В.В. Новый подход к разрешимости обобщенных уравнений Навье-Стокса / В.В. Жиков // Функциональный анализ и его приложения. – 2009. Т. 43. № 3. 190-207 с.

[10] Славиг Т. Распределенное управление для класса неньютоновских жидкостей / Т. Славиг // Журнал дифференциальных уравнений. – 2005. Т. 219. 116-143 с.

[11] Вахсмут Д. Оптимальное управление плоским течением несжимаемых неньютоновских жидкостей / Д. Вахсмут, Т. Рубичек // Журнал анализа и его применений. – 2010. Т. 29. № 3. 351-376 с.

[12] Барановский Е.С. О стационарном движении вязкоупругой жидкости типа Олдройда. / Е.С. Барановский // Математический сборник – 2014. Т. 205. № 6. 3-16 с.

[13] Артемов М.А. Краевые задачи для уравнений движения полимерных жидкостей с нелинейными условиями скольжения вдоль твердых стенок. / М.А. Артемов, Е.С. Барановский // Труды Института математики и механики Уральского отделения Российской академии наук – 2015. Т. 21. № 1. 14-24 с.

© *Nguyen Le Thi*, 2026

Поступила в редакцию 04.03.2026

Принята к публикации 26.03.2026

---

***Для цитирования:***

Nguyen Le Thi Boundary control in a model of nonlinear viscous fluid motion [Текст] / Nguyen Le Thi // Инновационные научные исследования. – 2026. – № 3-1(71). – С. 12-19.

[https://doi.org/  
UDK 517.98](https://doi.org/UDK%20517.98)

## ON THE SPECTRAL PROPERTIES OF A DIFFERENCE OPERATOR WITH A GROWING EVEN POTENTIAL

**Dinh Quang Duc, Dinh Tien Dung,**  
Ho Chi Minh City University of Transport,  
Ho Chi Minh City

**Annotation:** This paper studies the spectral properties of a class of difference operators with a growing even potential. The operator is considered in the Hilbert space  $l^2(\mathbb{Z})$  of two-sided square summable sequences. Such operators arise from the discretisation of Sturm–Liouville operators with increasing potentials. The method of similar operators is applied to analyse the spectral structure of the considered operator. An admissible triple of operators is constructed, which allows the perturbation to be studied in a special Banach algebra of operators. It is shown that the spectrum consists of a finite set of eigenvalues and an infinite family of two-point spectral sets. Asymptotic formulas for eigenvalues are obtained for large indices.

**Keywords:** difference operator, spectral properties, method of similar operators, Sturm-Liouville discretization, Hilbert space  $l^2(\mathbb{Z})$ , eigenvalue asymptotics

---

## О СПЕКТРАЛЬНЫХ СВОЙСТВАХ РАЗНОСТНОГО ОПЕРАТОРА С ВОЗРАСТАЮЩИМ ЧЕТНЫМ ПОТЕНЦИАЛОМ

**Динь Куанг Дык, Динь Тьен Дунг,**  
Университет транспорта Хошимина,  
г. Хошимин

**Аннотация:** В данной работе изучаются спектральные свойства класса разностных операторов с возрастающим четным потенциалом. Оператор рассматривается в гильбертовом пространстве

$l^2(\mathbb{Z})$  двусторонних квадратично суммируемых последовательностей. Такие операторы возникают из дискретизации операторов Штурма–Лиувилля с возрастающими потенциалами. Для анализа спектральной структуры рассматриваемого оператора применяется метод подобных операторов. Построена допустимая тройка операторов, позволяющая изучать возмущение в специальной банаховой алгебре операторов. Показано, что спектр состоит из конечного множества собственных значений и бесконечного семейства двухточечных спектральных множеств. Получены асимптотические формулы для собственных значений для больших индексов.

**Ключевые слова:** оператор разности, спектральные свойства, метод подобных операторов, дискретизация Штурма–Лиувилля, гильбертово пространство  $l^2(\mathbb{Z})$ , асимптотика собственных значений

---

## Introduction

Difference operators play an important role in the study of discrete models of differential equations and often arise from the discretisation of Sturm–Liouville problems. The spectral properties of such operators have been widely investigated because they preserve many essential features of the corresponding continuous operators and appear in various applications of mathematical physics and numerical analysis [1, 5].

The theoretical foundations for the study of spectral properties of operators in Hilbert spaces were developed in functional analysis and operator theory [2]. In particular, perturbation methods provide effective tools for analysing operators represented as the sum of a simpler operator and a perturbation. One of the approaches used for this purpose is the method of similar operators, which has been successfully applied to the study of differential and difference operators [3, 7].

Difference operators with growing potentials arise naturally in the discretisation of Sturm–Liouville operators with symmetric potentials [4]. Their spectral properties have also been investigated in the theory of Jacobi-type operators and band matrices [5, 6, 8].

In this paper, we study a difference operator with a growing even potential acting in the Hilbert space.  $l^2(\mathbb{Z})$ . Using the method of similar operators, we construct an admissible triple of operators and investigate the spectral structure of the considered operator. It is shown that the spectrum

consists of a finite set of eigenvalues and an infinite sequence of two-point spectral sets, and asymptotic formulas for the eigenvalues are obtained.

**Main Results**

Let us consider the Hilbert space of two-sided complex sequences  $H = l^2(\mathbb{Z})$  with the inner product  $(x, y) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \pi(n) \overline{g(n)}$  and the norm  $\|x\| = (\sum_{n=-\infty}^{+\infty} |x(n)|^2)^{1/2}$ .

In the space  $H$ , we consider the linear closed operator  $E: D(E) \subset H \rightarrow H$  defined by

$(Ex)(n) = a(n)\pi(n) + 2\pi(n) - \pi(n - 1) - \pi(n + 1)$ ,  
 where the sequence  $a: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{C}$  satisfies the following conditions

- 1)  $a(n) = a(-n)$ ;
- 2)  $a(i) \neq a(j)$  if  $|i| \neq |j|$ ;
- 3)  $\lim_{|n| \rightarrow \infty} |a(n)| = \infty$ ;
- 4)  $d_i = \inf_{i \neq j} |a(i) - a(j)| > 0$ .

Operators of this type arise naturally when discretising Sturm-Liouville operators with growing even potentials [1].

The domain of the operator has the form.

$$D(E) = \{\pi \in l^2(\mathbb{Z}) : \sum_{n=-\infty}^{\infty} |a(n)|^2 |\pi(n)|^2 < \infty\}.$$

The operator  $E$  can be represented as  $E = A - B$ , where

$$(Ax)(n) = a(n)x(n) + 2n(n), \tag{1}$$

$$(Bx)(n) = x(n + 1) + x(n - 1). \tag{2}$$

The adjoint operator  $A^*$  is defined by  $(A^*x)(n) = a(n)x(n)$ , and its domain coincides with  $D(A)$ . Since  $\|Ax\| = \|A^*x\|$ , the operator  $A$  is normal [2].

From the properties of the sequence  $a(n)$ , it follows that the spectrum of  $A$  consists of the eigenvalues  $a(n) + 2, n \in \mathbb{N}$ , each having multiplicity two (except  $a(0) + 2$ ). The eigenvectors coincide with the vectors of the standard basis of  $l^2(\mathbb{Z})$ .

The eigenvectors of  $A$  are the vectors of the standard basis  $\{e_k\}, k \in \mathbb{Z}$  of the space  $l^2(\mathbb{Z})$ , where  $e_n(k) = \delta_{nk}$ .

The corresponding spectral projectors are

$$P_n(\pi) = (\pi, e_n)e_n + (\pi, e_{-n})e_{-n} = P_n^+ \pi + P_n^- \pi, \text{ and } P_0 x = (x, e_0)e_0. \tag{3}$$

These projectors form a disjoint system of projectors satisfying  $P_i P_j = 0, i \neq j$ , and  $\sum_n P_n = I$ , where  $I$  is the identity operator.

Let  $H$  be a separable Hilbert space and let  $EndH$  denote the Banach algebra of bounded linear operators in  $H$  with norm  $\|\cdot\|_\infty$ . The operator matrix of an operator  $X \in EndH$  with respect to a disjoint system of projectors  $\{Q_i\}$  is defined by

$$X_{ij} = P_i X P_j.$$

An operator  $X$  belongs to the space  $End_1H$  if the diagonals  $X_p = \sum_{i=j=p} X_{ij}$  are summable in norm:

$$\sum_p \|X_p\|_\infty < \infty.$$

The norm in this space is

$$\|X\|_1 = \sum_p \|X_p\|.$$

The perturbation operator  $B$  defined by (2) belongs to  $End_1H$ .

*Admissible Triples:* Let  $EndH \subset EndH$  be a linear space of operators and let

$$J: End_1H \rightarrow End_1H, \Gamma: End_1H \rightarrow End_1H$$

be linear operators (transformers).

The triple  $(EndH, J, \Gamma)$  is called *admissible* for the operator  $A$  if:

1.  $J$  and  $\Gamma$  are continuous operators and  $J^2 = J$ ;

2.  $(\Gamma X)(D(A)) \subset D(A)$

$$\text{and } A\Gamma X - \Gamma X A = X - JX, X \in End_1H; \quad (4)$$

3.  $X\Gamma Y \in End_1H, (\Gamma X)Y \in End_1H$  there exists  $\gamma > 0$  such that

$$\|\Gamma\| \leq \gamma \quad \text{and}$$

$$\max\{\|X\Gamma Y\|_{End_1H}, \|(\Gamma X)Y\|_{End_1H}\} \leq \gamma \|X\|_{End_1H} \|Y\|_{End_1H}.$$

Construction of the Admissible Triple:

Let

$$Q_n = \sum_{i=0}^n P_i.$$

The transformer  $J$  is defined by

$$JX = Q_n X Q_n + \sum_{i>n} P_i X P_i. \quad (5)$$

This transformer preserves the main and secondary diagonals of the operator matrix.

For the operator  $Y = \Gamma X$ , the matrix elements satisfy.

$$a(i)Y_{ij} - Y_{ij}a(j) = X_{ij}.$$

Hence,

$$Y_{ij} = \frac{X_{ij}}{a(i)-a(j)}. \quad (6)$$

Since  $a(i) \neq a(j)$ , the denominator does not vanish, and the formula is well defined.

*Theorem 1:*

The triple  $(E_{na}H, J, \Gamma)$  defined by formulas (5) and (6) is an admissible triple for the operator  $A$ .

*Theorem 2:*

There exists a natural number  $k > 1$  such that the spectrum of the operator

$$E: D(E) \subset H \rightarrow H$$

can be represented as

$$\sigma(E) = \sigma^{(k)} \cup (\cup_{i>k} \tilde{\sigma}_i),$$

where

- $\sigma^{(k)}$  contains at most  $2k + 1$  eigenvalues;
- each set  $\tilde{\sigma}_i$  consists of two points:

$$\tilde{\sigma}_i = \{\tilde{\lambda}_i, \tilde{\lambda}_{-i}\}.$$

The eigenvalues satisfy the asymptotic formulas.

$$\tilde{\lambda}_{\pm i} = a(i) + 2 + O(d_i^{-1}),$$

and a refined asymptotic expansion

$$\tilde{\lambda}_{\pm i} = a(i) + 2 - \frac{1}{a(i+1)-a(i)} - \frac{1}{a(i-1)-a(i)} + O(d_i^{-3}).$$

### Conclusion

In this paper, the spectral properties of a difference operator with a growing even potential acting in the Hilbert space  $l^2(\mathbb{Z})$  have been investigated. The operator was represented as the difference of a diagonal operator and a bounded perturbation, which made it possible to apply the method of similar operators.

An admissible triple of operators was constructed in the corresponding operator algebra. Using this approach, a representation of the spectrum of the considered operator was obtained. In particular, it was shown that the spectrum consists of a finite set of eigenvalues and an infinite sequence of two-point spectral sets. Furthermore, asymptotic formulas describing the behaviour of eigenvalues for large indices were derived.

The obtained results contribute to the spectral analysis of discrete operators arising from the discretisation of Sturm–Liouville problems with growing potentials and demonstrate the effectiveness of the method of similar operators for studying such operators.

## Bibliography

[1] Musilimov B. Estimate of the smallest eigenvalue of a class of matrices corresponding to the Sturm–Liouville difference equation. / B. Musilimov, M. Otelbaev // USSR Computational Mathematics and Mathematical Physics – 1981.

[2] Rudin W. Functional Analysis. / W. Rudin – New York: McGraw-Hill, 1973.

[3] Baskakov A.G. Harmonic Analysis of Linear Operators. / A.G. Baskakov // Voronezh University Press – 1987.

[4] Uskova N.B. On eigenvalues of a difference operator. / N.B. Uskova, G.V. Garkavenko // In: Proceedings of the VIII International Conference on Modern Methods of Applied Mathematics, Control Theory and Computer Technologies – 2015.

[5] Teschl G. Jacobi Operators and Completely Integrable Nonlinear Lattices. / G. Teschl // American Mathematical Society – 2000.

[6] Berezansky Yu.M. Expansions in Eigenfunctions of Self-Adjoint Operators. / Yu.M. Berezansky // American Mathematical Society – 1968.

[7] Kato T. Perturbation Theory for Linear Operators. / T. Kato // Springer – 1995.

[8] Weidmann J. Linear Operators in Hilbert Spaces. / J. Weidmann // Springer – 1980.

## Список литературы (перевод)

[1] Мусилимов Б. Оценка наименьшего собственного значения класса матриц, соответствующих разностному уравнению Штурма–Лиувилля. / Б. Мусилимов, М. Отельбаев // СССР. Вычислительная математика и математическая физика – 1981.

[2] Рудин В. Функциональный анализ. / В. Рудин – Нью-Йорк: McGraw-Hill, 1973.

[3] Баскаков А.Г. Гармонический анализ линейных операторов. / А.Г. Баскаков // Издательство Воронежского университета – 1987.

[4] Ускова Н.Б. О собственных значениях разностного оператора. / Н.Б. Ускова, Г.В. Гаркавенко // В: Труды VIII Международной конференции по современным методам прикладной математики, теории управления и компьютерным технологиям – 2015.

[5] Тешль Г. Операторы Якоби и полностью интегрируемые нелинейные решетки. / Г. Тешль // Американское математическое общество – 2000.

[6] Березинский Ю.М. Разложения по собственным функциям самосопряженных операторов. / Ю.М. Березинский // Американское математическое общество – 1968.

[7] Като Т. Теория возмущений для линейных операторов. / Т. Като // Springer – 1995.

[8] Вайдман Дж. Линейные операторы в гильбертовых пространствах. / Дж. Вайдман // Springer – 1980.

© *Dinh Quang Duc, Dinh Tien Dung, 2026*

Поступила в редакцию 04.03.2026

Принята к публикации 26.03.2026

---

***Для цитирования:***

Dinh Quang Duc, Dinh Tien Dung On the spectral properties of a difference operator with a growing even potential [Текст] / Dinh Quang Duc, Dinh Tien Dung // Инновационные научные исследования. – 2026. – № 3-1(71). – С. 20-26.

## РАЗДЕЛ. ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

<https://doi.org/>

UDK 665.77

**STUDY OF THE CONDITIONS FOR PRODUCING  
BITUMEN BASED ON ALTERNATIVE FEEDSTOCKS  
AND OXIDIZING AGENTS**

**Atayev Matlab Shichbala,**

Associate Professor, Petrochemical technology and industrial ecology  
Department.,

**Mirzali Elvin Sardar,**

Master's student,  
Azerbaijan State Oil and Industry University (ASOIU)

**Annotation:** This study presents a technological assessment of producing road petroleum bitumen from alternative hydrocarbon feedstock derived from waste tire pyrolysis. The heavy fraction of tire pyrolysis oil (boiling above 290 °C) was evaluated as a potential substitute for conventional petroleum vacuum residue in air oxidation processes. The influence of pyrolysis reactor type and operating temperature on product distribution was analyzed, and the advantages of a rotary kiln reactor for industrial-scale processing were substantiated. Fractionation characteristics, elemental composition, H/C ratio, density, and aromaticity of the heavy fraction were examined to determine its suitability for structured oxidation. Based on industrial analogues of serpentine tube oxidation units, optimal process parameters, including temperature range, air pressure, recirculation ratio, and residence time, were proposed for controlled oxidation of the heavy pyrolysis fraction. The suggested technological regime enables the production of road petroleum bitumen grade NYB 60-90 (equivalent to BND 60/90 according to GOST 22245-90) with penetration values within the standard range. The results demonstrate that tire-derived heavy pyrolysis fractions represent a technologically feasible and resource-efficient alternative feedstock for bitumen production.

**Keywords:** alternative feedstock, waste tire pyrolysis, rotary kiln reactor, heavy pyrolysis fraction, air oxidation, oxidized bitumen, road bitumen

---

## ИССЛЕДОВАНИЕ УСЛОВИЙ ПРОИЗВОДСТВА БИТУМА НА ОСНОВЕ АЛЬТЕРНАТИВНОГО СЫРЬЯ И ОКИСЛЯЮЩИХ АГЕНТОВ

**Атаев Матлаб Шичбала,**  
доц., кафедры нефтехимической технологии и промышленной  
экологии,  
**Мирзали Эльвин Сардар,**  
магистрант,  
Азербайджанский государственный нефтегазовый университет  
(АНОИУ),

**Аннотация:** В данном исследовании представлена технологическая оценка производства дорожного нефтяного битума из альтернативного углеводородного сырья, получаемого путем пиролиза отработанных шин. Тяжелая фракция пиролизного масла из шин (кипящая температура выше 290 °С) была оценена как потенциальная замена традиционному вакуумному остатку нефти в процессах окисления воздухом. Проанализировано влияние типа пиролизного реактора и рабочей температуры на распределение продуктов, а также обоснованы преимущества вращающегося печного реактора для промышленной переработки. Для определения пригодности тяжелой фракции к структурированному окислению изучены характеристики фракционирования, элементный состав, соотношение Н/С, плотность и ароматичность. На основе промышленных аналогов змеевидных трубчатых установок окисления предложены оптимальные параметры процесса, включая температурный диапазон, давление воздуха, коэффициент рециркуляции и время пребывания, для контролируемого окисления тяжелой пиролизной фракции. Предложенный технологический режим позволяет производить дорожный нефтяной битум марки NYB 60-90 (эквивалентный BND 60/90 по ГОСТ 22245-90) со значениями

пенетрации в пределах стандартного диапазона. Результаты показывают, что тяжелые пиролизные фракции, полученные из шин, представляют собой технологически осуществимую и ресурсоэффективную альтернативу сырью для производства битума.

**Ключевые слова:** альтернативное сырье, пиролиз отработанных шин, вращающийся реактор, тяжелая пиролизная фракция, окисление воздухом, окисленный битум, дорожный битум

---

**Introduction.** The development of road transport and construction infrastructure in our country has led to an increased demand for bitumen and bitumen-based materials. Currently, this demand is mainly satisfied by heavy residues obtained in the petroleum refining industry. However, the limitation of the raw material base, variability in the quality of heavy residues, and high energy consumption necessitate the improvement of bitumen production processes. In this regard, the involvement of alternative raw material sources and the adaptation of existing technologies to new types of feedstock are of significant scientific and technological importance. The study of the potential use of heavy fractions of pyrolysis oils obtained from the pyrolysis of waste automobile tires in bitumen production is one of the relevant issues [1-4]. Due to their high aromaticity and low hydrogen-to-carbon ratio, these fractions exhibit behavior similar to conventional petroleum-derived vacuum residue and semi-residue during the oxidation process, significantly influencing the process conditions, intensity, and the quality of the final product. In oxidation processes applied in bitumen production, the chemical composition of the feedstock, temperature, and reaction time play a key role [2-6]. When using alternative raw materials, optimization of these parameters becomes necessary. Therefore, the study of the conditions for producing bitumen based on alternative feedstock and oxidizing agents, as well as the assessment of the industrial applicability of these processes, represents a relevant scientific and technical task.

**Problem Statement.** The gradual depletion of conventional petroleum-derived heavy feedstock resources used in the production of road and construction bitumen, as well as the instability of their quality indicators, necessitates the involvement of alternative raw material sources. Approximately 2.5 billion tires are produced annually worldwide, and a

comparable volume of waste tires is generated each year (Market Reports World, 2026). In this context, the use of heavy hydrocarbon fractions obtained from the pyrolysis of waste automobile tires in bitumen production is of both current relevance and practical importance. A systematic evaluation of the behavior of alternative feedstock in the production process of oxidized bitumen, the determination of optimal process conditions, and the assurance of compliance of the resulting bitumen with standard specifications constitute important technological and scientific challenges. The study of the influence of parameters such as reactor temperature, type and concentration of the oxidizing medium, and process duration on the physical and mechanical properties of bitumen is crucial from the standpoint of industrial design and application. The main objectives of this research are as follows: to analyze the potential of heavy fractions obtained from tire pyrolysis as alternative feedstock for bitumen production; to comparatively evaluate the effect of oxidation conditions on bitumen quality; and, based on the obtained results, to determine the prospects for industrial application of the proposed process.

**Methods of Solution.** Tires are mainly composed of high-molecular-weight hydrocarbons, polymeric materials containing aromatic and naphthenic structures, carbon black, and sulfur-containing compounds. As a result of the thermal pyrolysis process, these components decompose, leading to the formation of liquid fractions characterized by high carbon content, high aromaticity, and a relatively low H/C ratio. These characteristics are close to the chemical nature of conventional heavy petroleum residues (vacuum residue and semi-residue) used for the production of oxidized bitumen. For this reason, heavy fractions obtained from tire pyrolysis are considered promising alternative feedstocks in oxidation processes in terms of structural development and viscosity increase.

Table 1 – Typical composition of passenger car and truck tires (Evans et al., 2006)

Component	Passenger Car Tire (%)	Truck Tire (%)
Rubber	47	45
Carbon black	21.5	22
Metal	16.5	21.5

Component	Passenger Car Tire (%)	Truck Tire (%)
Textile	5.5	–
Zinc oxide	1	2
Sulfur	1	1
Additives	7.5	5

The rubber fraction consists of Natural Rubber (NR – cis-1,4-polyisoprene), Styrene-Butadiene Rubber (SBR), and Butadiene Rubber (BR). In bitumen production, the initial stage of tire processing involves subjecting the tire material to pyrolysis with the aim of maximizing the yield of pyrolysis oil.

**Pyrolysis Process.** In a study conducted by Aydın and İlkılıç (2012), the pyrolysis of waste automobile tires was investigated in a fixed-bed, batch-type reactor. The process was carried out within a temperature range of 400-700 °C, and the optimal product distribution was achieved at approximately 500 °C. Under these conditions, the mass distribution of pyrolysis products was as follows: liquid fraction (pyrolysis oil) – 40.26 wt.%, solid residue (carbonized material) – 47.88 wt.%, and gaseous products – 11.86 wt.%. The obtained results indicate that although increasing the temperature in fixed-bed reactors promotes the formation of liquid products, heat transfer is limited due to the immobility of the feedstock within the reactor, resulting in a relatively high yield of solid residue. This characteristic demonstrates that fixed-bed reactors are more suitable for laboratory and industrial-scale studies, whereas reactor types that provide continuous and more homogeneous processing are preferable under industrial conditions.

The following parameters represent the optimal operating conditions proposed for an industrial-scale rotary kiln reactor designed for the processing of 30 tons of waste tires per day.

Table 2 – Proposed Optimal Operating Parameters for a contemporary Rotary Kiln Reactor

Parameter	Value
Temperature	430–480 °C
Rotational speed	0.45 rpm
Residence time	55 min

Parameter	Value
Heating rate	10 °C/min
Oxygen concentration	0.5 %
Tire particle size	3–4 cm
Moisture content	1 %
Reactor filling degree	15 %

Table 3 – Expected Product Distribution at 450 °C

Product	Yield (%)
Pyrolysis oil	47 %
Carbon black (char)	33 %
Gas fraction	11 %
Steel	9 %

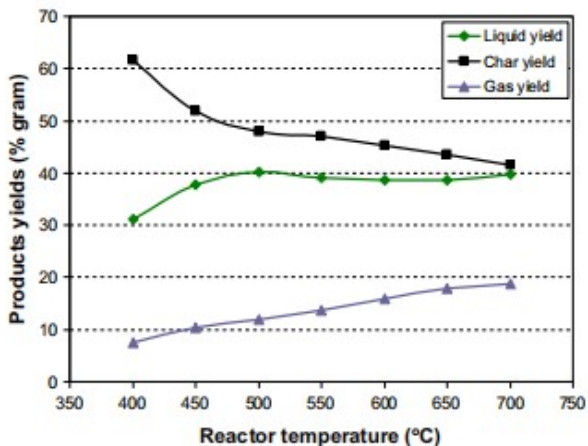


Figure 1 – Effect of reaction temperature on the yield of pyrolysis products

Yazdani et al. (2019) conducted the pyrolysis of waste tires in a laboratory-scale rotary furnace reactor made of quartz, electrically heated and rotating at a speed of 1 rpm. The process was carried out at seven different temperatures within the range of 400-1050 °C under a nitrogen inert atmosphere with a flow rate of 70 cm<sup>3</sup>/min. The heating regime

consisted of two stages: temperature ramping (20-30 min) and isothermal holding (total duration 120 min). The study determined that the optimal pyrolysis temperature for the rotary furnace was 550 °C, at which maximum yields of 44 wt.% pyrolysis oil, 21.7% gas, and 34.5% char were obtained. Increasing the temperature above 550 °C accelerated secondary cracking reactions, leading to the conversion of liquid products into gas and a decrease in oil yield.

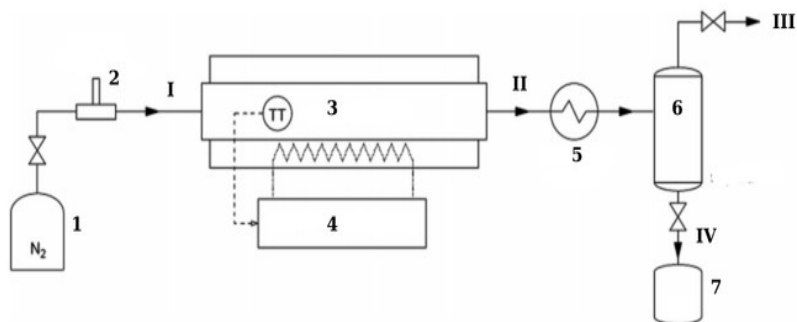


Figure 1 – Schematic of the Rotary Kiln reactor

(1 – Nitrogen cylinder; 2 – Flow controller; 3 – Rotary Kiln reactor; 4 – Furnace; 5 – Heat exchanger; 6 – Separator; 7 – Pyrolysis oil tank; I – Nitrogen; II – Pyrolysis products (excluding coke and metals); III – Gases; IV – Pyrolysis oil)

The composition of the obtained pyrolysis oil was analyzed by FT-IR and distillation analyses. The oil was found to consist mainly of alkanes and aromatic compounds and to contain 46% of a heavy fraction corresponding to VGO (Vacuum Gas Oil, >350 °C). Although laboratory studies often determine the optimal pyrolysis temperature as 500-550°C, industrial rotary kiln reactors operate more efficiently within the 430-480°C range. In large-scale systems, heat transfer limitations, larger particle beds, and non-uniform temperature distribution increase the risk of secondary cracking at higher temperatures. Operation above 500°C promotes excessive gas formation, reduces liquid yield, and increases energy consumption and thermal stress on reactor materials. Therefore, the 430–480°C range ensures stable heat transfer, minimizes secondary

reactions, improves energy efficiency, and provides optimal heavy fraction quality under continuous industrial conditions.

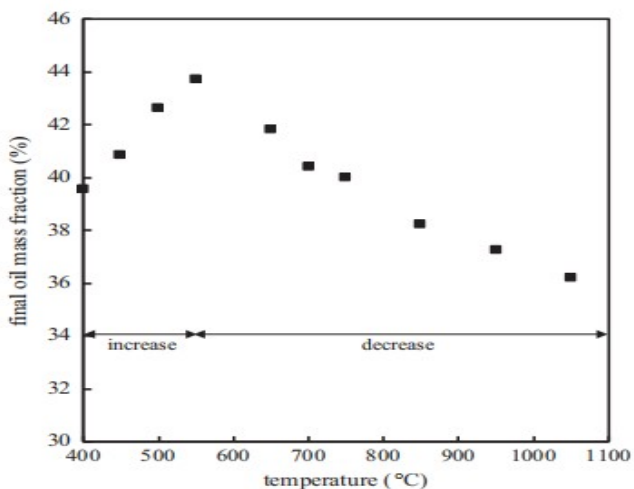


Figure 2 – Dependence of pyrolysis oil yield on temperature

Table 4 – Elemental analysis of the obtained products

Element	Test Method	Liquid (wt %.)	Solid (wt %.)	Gas (wt %.)
Carbon	ASTM D5291	87.00	77.80	87.35
Hydrogen	ASTM D5291	11.10	0.65	11.14
Nitrogen	ASTM D5291	<0.5	<0.1	–
Sulfur	ASTM D4294	0.85	2.08	0.31

It was determined that with increasing temperature, the yield of solid residue (char) decreases, while the amount of gaseous products increases, and the maximum yield of the liquid fraction (pyrolysis oil) is obtained within the intermediate temperature range. Due to the movement of tire particles inside the rotary kiln reactor, the pyrolysis process acquired a more homogeneous character, preventing local overheating of the feedstock and increasing the proportion of aromatic and unsaturated hydrocarbons in the liquid product composition.

The selection of reactor type for the pyrolysis of waste automobile tires directly affects process efficiency and the quality of the obtained

products. Among various reactor types, rotary kiln reactors are considered more suitable for processing heterogeneous and mechanically complex feedstock. In such reactors, the rubber, metal cord, and textile components of tires continuously advance under the influence of gravity and rotational motion, thereby preventing hydrodynamic complications. In rotary kiln reactors, heat transfer occurs mainly through wall contact and radiation, ensuring uniform heating of large particles, while continuous mixing reduces the risk of local coking. Structural simplicity, low probability of clogging, and suitability for continuous industrial operation justify the technological and economic advantages of this reactor type for waste tire pyrolysis.

Table 5 – Chemical composition of the gas released during the pyrolysis process (average, vol.%)

Component	% (Vol.)
Methane	32.92
Hydrogen	21.11
Ethane	13.05
Carbon dioxide	12.06
Carbon monoxide	6.41
Propane	5.15
Propene	3.76
Ethylene	1.94
1-Butene	1.25
2-Fumaric acid	1.27
Butane	0.91
Nitrogen	0.86
Isobutane	0.30
Cis-2-butene	0.08
Pentane	0.06
Hydrogen chloride	<0.01
Hydrogen sulfide	<3 (mg/m <sup>3</sup> )

## Fractionation of Pyrolysis Oil

The fractionation of tire pyrolysis oil (TPO) was carried out at a maximum boiling temperature of 290 °C without applying reflux. The feed was introduced into the column at room temperature without preheating, and the feed flow rate was maintained constant at 20 kg/h. The selection of a reflux ratio of 0 caused the separation process to proceed mainly according to a simple evaporation–condensation mechanism. The temperature distribution along the column exhibited a weak gradient. While the temperature in the reboiler was 290 °C, the temperature at the top of the column was 160 °C. Within the T4-T10 intervals, the temperature varied between 160-214 °C. The relatively small temperature difference between the top and bottom sections (particularly only a few degrees in the rectification zone) indicates reduced separation selectivity due to the absence of reflux. Under these conditions, a broader range of hydrocarbons can pass into the light fraction.

In terms of fraction yields, under high boiling temperature conditions, the light fraction (LF) yield was approximately 36.7%, while the heavy fraction (HF) accounted for 63.3%. Increasing the temperature intensified evaporation, leading to near-maximal separation of light components. The light fraction was dominated by aromatic compounds. Toluene (11.8%), (p+m)-xylene (9.8%), benzene (4.5%), ethylbenzene (3.5%), and limonene (4.9%) were identified as the main components. The total BTEX content was 34.3%, indicating a high concentration of aromatic hydrocarbons. The heavy fraction was characterized by more aromatized and condensed structures. According to elemental analysis, it contained 87.9% carbon, 9.1% hydrogen, 0.8% nitrogen, and 1.3% sulfur. An H/C ratio of 1.2 indicates a high degree of aromaticity. The lower heating value of the heavy fraction was 41.8 MJ/kg, and its density at 20 °C was 1.04 g/mL. The water content was 191 ppm, flash point 72 °C, pH 5.7, and total acidity 9.48 mgKOH/g. The BTEX content in this fraction was only 0.5%, while limonene accounted for 0.9%, indicating that light aromatics were almost completely transferred to the light fraction.

Thus, fractionation at 290 °C without reflux ensured effective separation of light aromatics, while the heavy fraction exhibited an increased concentration of higher molecular weight and more aromatized components. These characteristics demonstrate the suitability of the heavy

fraction as a potential feedstock for subsequent oxidation processes or the production of bitumen-like materials.

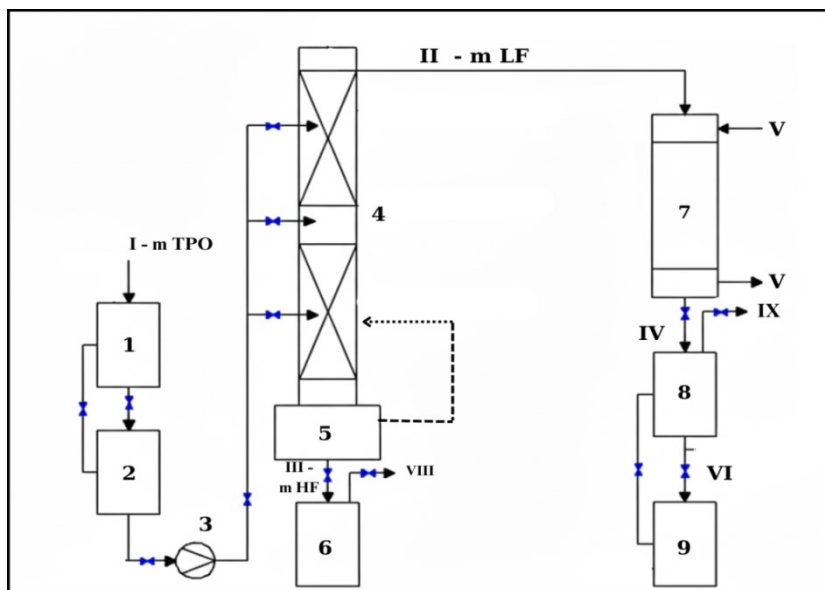


Figure 2 – Distillation process of TPO

(1 – TPO storage tank; 2 – Secondary TPO storage tank; 3 – Pump; 4 – Distillation column; 5 – Reboiler; 6 – Heavy fraction tank; 7 – Condensation column; 8 – Light fraction tank; 9 – Light fraction tank; I – Tire pyrolysis oil; II – Light fraction; III – Heavy fraction; IV – Cooled LF; V – Water; VI – Cooled LF; VIII – Gases; IX – C1 – C4 gases)

Table 6 – Products of the distillation process

Parameter	290 °C, No Reflux HF	290 °C, No Reflux LF
Carbon (wt.%)	87.9	87.9
Hydrogen (wt.%)	9.1	11.1
Nitrogen (wt.%)	0.8	0.3
Sulfur (wt.%)	1.3	0.7
H/C ratio	1.2	1.5
Higher Heating Value (HHV,	41.8	41.0

Parameter	290 °C, No Reflux HF	290 °C, No Reflux LF
MJ/kg)		
Density (at 20 °C, g/mL)	1.04	0.88
Water Content (ppm)	191	127
Flash Point (°C)	72	<25
pH	5.7	6.5
Total Acid Number (TAN, mgKOH/g)	–	–
Limonene (wt.%)	0.9	4.9
Benzene (wt.%)	0.0	4.5
Toluene (wt.%)	0.1	11.8
Ethylbenzene (wt.%)	0.1	3.5
(p + m)-Xylene (wt.%)	0.1	9.8
o-Xylene + Styrene (wt.%)	0.2	4.7
Total BTEX (wt.%)	0.5	34.3

### Oxidation of the Heavy Fraction

In bitumen production units equipped with serpentine tube reactors, petroleum bitumen is obtained as a result of the oxidation process. As feedstock, gudron, semi-gudron, and residues of heavy oils boiling above 350 °C are used. The main products of the unit are road, construction, roofing, and special viscous bitumens. The yield of viscous road bitumen is approximately 98 wt.%, while the yield of construction bitumen is 94-96 wt.%. According to the technological regime, the feedstock is heated to 260-270 °C in the serpentine tubes of the furnace and then introduced into the reactor. In the reactor, the temperature is maintained within the range of 270-275 °C as a result of oxidation. The reaction products are at a temperature of 170-200 °C in the evaporator. Commercial bitumen is obtained at the outlet of the cooler within the temperature range of 180-220 °C. The recirculation ratio (by mass) is 3:1-8:1. The compressed air pressure is 0.7-0.8 MPa, the pressure at the reactor inlet is 0.6-0.7 MPa, and in the evaporator it is 0.15-0.20 MPa. The suitability of this unit for the heavy fraction of tire pyrolysis is determined by its operating principle. The tire-derived heavy fraction is rich in aromaticity and resinous components, which create properties close to those of gudron. During oxidation,

molecular weight increases and structural densification occurs; therefore, under appropriate temperature and recirculation conditions, this fraction can be oxidized and considered a technologically promising feedstock for obtaining a bitumen-type product.

Table 7 – Proposed parameters of the oxidation process

<b>Indicator</b>	<b>Proposed Range for Heavy Pyrolysis Fraction (290 °C)</b>
Temperature of feed leaving the furnace, °C	235–245
Temperature of product leaving the reactor, °C	245–255
Bitumen temperature after the cooler, °C	160–190
Commercial bitumen temperature (cooler outlet), °C	170–200
Recirculation ratio (by mass)	(1.5–3) : 1
Compressed air pressure, MPa	0.6–0.7
Pressure at reactor inlet, MPa	0.12–0.18
Pressure in the evaporator, MPa	0.10–0.15
Reaction time (residence time), min	10–15
Linear velocity in reactor tubes, m/s	4–6
Vapor velocity (in evaporator), m/s	≤ 0.10
Vapor velocity (in separator), m/s	≤ 0.25
Specific volume of reaction zone, m <sup>3</sup> /(t·h)	0.2–0.6
Residual oxygen content in bitumen, wt. %	0.5–2.0

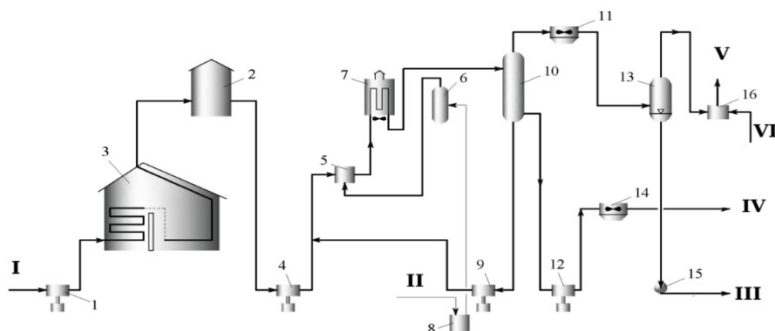


Figure 3 – Technological scheme of bitumen production in a serpentine tube reactor (oxidation of feedstock in foamed state)  
 (1, 4, 9, 12, 15 – Pumps; 2 – Receiving tank; 3 – Furnace; 5 – Mixer; 6 – Air receiver-Reactor; 8 – Compressor; 10 – Evaporator; 11, 14 – Air coolers; 13 – Separator; 16 – Furnace; I – Heavy pyrolysis fraction; II – Air; III – Heavy fuel oil; IV – Bitumen; V – Gases; VI – Fuel)

The proposed technological regime ensures structural hardening through controlled oxidation of the heavy pyrolysis fraction, resulting in the production of road bitumen grade NYB 60–90 (equivalent to BND 60/90 according to GOST 22245-90). In the process, the feedstock outlet temperature from the furnace is maintained at 235–245 °C, while the reactor outlet temperature is kept within 245–255 °C. This prevents excessive coking of the fraction and ensures stable progression of oxidation reactions. The selection of a recirculation ratio within the range of 1.5–3:1 ensures the return of partially oxidized, more viscous product to the reaction zone, thereby promoting gradual hardening of the molecular structure. A residence time of 10–15 minutes and a linear velocity of 4–6 m/s in the reactor tubes ensure homogeneous distribution of oxygen in the liquid phase. Supplying compressed air at a pressure of 0.6–0.7 MPa accelerates the reaction kinetics, while maintaining the reactor inlet pressure at 0.12–0.18 MPa prevents excessive thermal cracking. Low vapor velocities in the evaporator and separator zones ( $\leq 0.25$  m/s) ensure the removal of light components and increase the softening temperature of the residual product. The specific reaction zone volume is selected within 0.2–0.6 m<sup>3</sup>/(t·h), providing an optimal balance between oxidation depth and productivity. As a result, 0.5–2.0 wt.% residual oxygen is incorporated into the bitumen, leading to an increase in

asphaltene content and strengthening of the colloidal system. Thus, the combination of the indicated temperature, pressure, recirculation, and hydrodynamic parameters ensures structured oxidation of the heavy pyrolysis fraction and technologically substantiates the production of heat-resistant road bitumen grade NYB 60-90 with penetration in the range of 60-90.

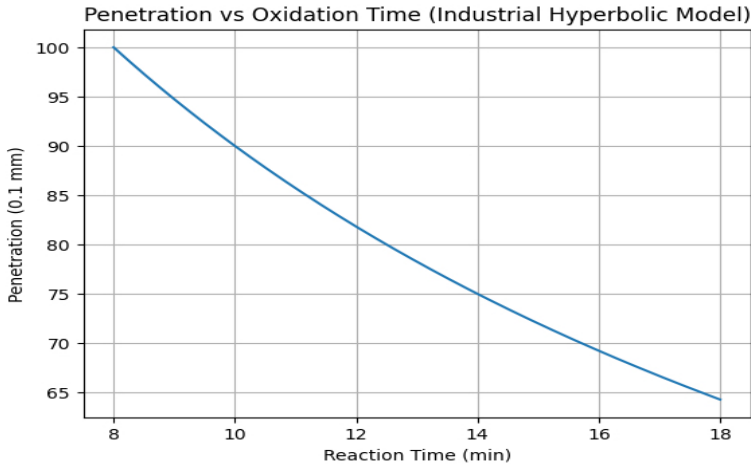


Figure 3 – Graph of penetration versus reaction time

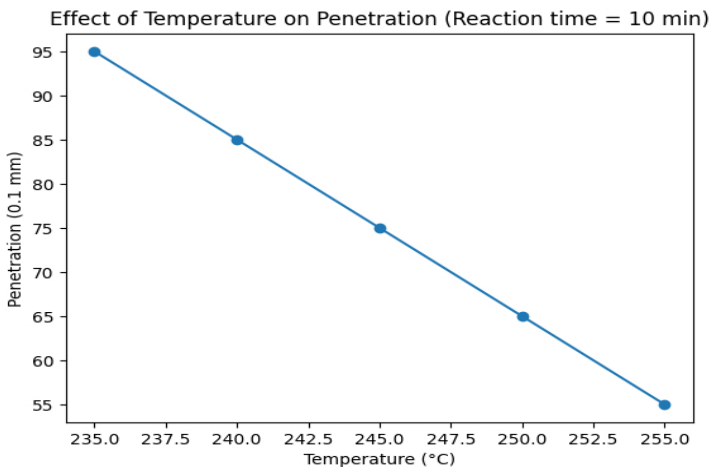


Figure 4 – Dependence of penetration on temperature (constant time)

Table 8 – Oxidation process products

Product	Yield, % (wt.)
Bitumen (NYB 60–90)	85–89
Heavy fuel oil	5–7
Gases and water vapor	4–6
Mechanical losses	≤ 1
Total	100

**Conclusion.** The conducted technological assessment demonstrates that the heavy fraction of tire pyrolysis oil (boiling above 290 °C) possesses physicochemical characteristics comparable to conventional petroleum vacuum residue and can therefore be considered a promising alternative feedstock for oxidized bitumen production. Its high carbon content, relatively low H/C ratio, elevated density, and pronounced aromaticity favor structural condensation reactions during air oxidation and promote the formation of a stable colloidal system. The analysis of pyrolysis conditions confirmed that rotary kiln reactors operating within the temperature range of 430–480 °C provide optimal product distribution and improved heavy fraction quality under industrial-scale processing. Fractionation without reflux at 290 °C enables effective separation of light aromatic components and concentration of high-molecular-weight structures in the heavy fraction, enhancing its suitability for subsequent oxidation. The suggested technological conditions ensure gradual structural hardening while preventing excessive thermal cracking and coking. Under these parameters, road petroleum bitumen grade NYB 60–90 (equivalent to BND 60/90 according to GOST 22245–90) can be obtained with penetration values within the required standard range. Overall, the results confirm the technological feasibility and resource efficiency of utilizing tire-derived heavy pyrolysis fractions in bitumen production, contributing to both waste valorization and diversification of the raw material base in the petroleum refining industry.

## Bibliography

- [1] Mirzəyev R.Ş. Ağır neft qalıqlarının təkrar emalı. / R.Ş. Mirzəyev – Bakı, Azərbaycan: 2006, 187s.
- [2] Acevedo B. “Pyrolysis of blends of coal and tyre wastes in a fixed bed reactor and a rotary oven,” / B. Acevedo, C. Barriocanal, R. Alvarez // Fuel – 2013. Vol. 113. 817-825 p.
- [3] Yazdani P. “Study of waste tire pyrolysis in a rotary kiln reactor in a wide range of pyrolysis temperature” / P. Yazdani, P. Mellin, M. Ersson // Fuel – 2019. Vol. 236. 1590-1602 p.
- [4] Williams P.T. “End-of-life tyre conversion to energy: A review on pyrolysis and activated carbon production processes and their challenges” / P.T. Williams // Energy – 2013. Vol. 53. 1-21 p.
- [5] Hunter P. The Shell Bitumen Handbook / P. Hunter, A. Self, J. Read // 7th ed. – London, U.K.: ICE Publishing, 2023.
- [6] Zerin N.H. “End-of-life tyre conversion to energy: A review on pyrolysis and activated carbon production processes and their challenges” / N.H. Zerin, M.G. Rasul, M.I. Jahirul, A.S. M. Sayem // Science of the Total Environment – 2023. Vol. 905. 166981 p.

## Список литературы (перевод)

- [1] Мирзаев Р.Ш. Переработка остатков тяжелой нефти. / Р.Ш. Мирзаев – Баку, Азербайджан: 2006, 187 с.
- [2] Асеведо Б. «Пиролиз смесей угля и отходов шин в реакторе с неподвижным слоем и вращающейся печи», / Б. Асеведо, К. Барриоканал, Р. Альварес // Топливо – 2013. Том 113. С. 817-825.
- [3] Яздани П. «Исследование пиролиза отходов шин в вращающемся печном реакторе в широком диапазоне температур пиролиза», / П. Яздани, П. Меллин, М. Эрссон // Топливо – 2019. Том 236. С. 1590-1602.
- [4] Уильямс П.Т. «Преобразование отработанных шин в энергию: обзор процессов пиролиза и производства активированного угля и связанных с ними проблем» / П.Т. Уильямс // Энергетика – 2013. Том 53. 1-21 с.
- [5] Хантер П. Справочник по битуму Shell / П. Хантер, А. Селф, Дж. Рид // 7-е изд. – Лондон, Великобритания: ICE Publishing, 2023.

[6] Зерин Н.Х. «Преобразование отработанных шин в энергию: обзор процессов пиролиза и производства активированного угля и связанных с ними проблем» / Н.Х. Зерин, М.Г. Расул, М.И. Джахирул, А.С. М. Сайем // Наука об окружающей среде – 2023. Том 905. 166981 с.

© *Atayev Matlab Shichbala, Mirzali Elvin Sardar, 2026*

Поступила в редакцию 09.03.2026

Принята к публикации 26.03.2026

---

***Для цитирования:***

Atayev Matlab Shichbala, Mirzali Elvin Sardar Study of the conditions for producing bitumen based on alternative feedstocks and oxidizing agents [Текст] / Atayev Matlab Shichbala, Mirzali Elvin Sardar // Инновационные научные исследования. – 2026. – № 3-1(71). – С. 27-44.

<https://doi.org/>

УДК 004.8:004.932

## АЛГОРИТМ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ЛАВОВЫХ ПОТОКОВ ПО ЦИФРОВЫМ МОДЕЛЯМ РЕЛЬЕФА НА ОСНОВЕ U-NET

**А.О. Маслов,**

студент 1-го курса кафедры систем обработки информации и  
управления (ИУ-5),

**М.И. Колосов,**

преп. кафедры систем обработки информации управления (ИУ-5),  
МГТУ им. Н.Э. Баумана,  
г. Москва

**Аннотация:** В работе представлен алгоритм прогнозирования зон распространения лавовых потоков на основе сверточной нейронной сети архитектуры *U-Net*. Входными данными модели служит цифровая модель рельефа и координаты источника излияния, на основе которых формируется многоканальное представление. В целях обучения нейросетевой модели сформирован синтетический датасет, содержащий 1000 примеров искусственно сгенерированных цифровых моделей рельефа и соответствующих масок распространения лавового потока. Для повышения устойчивости процесса обучения использована комбинированная функция потерь, представляющая собой взвешенную комбинацию бинарной кросс-энтропии и функции *Dice*. Экспериментальная оценка качества модели проводилась с использованием метрик *IoU* и *F1*. Полученные результаты демонстрируют высокую точность сегментации зон распространения лавы. Разработанный алгоритм характеризуется высокой вычислительной эффективностью и может быть использован для оперативной оценки потенциальных зон опасности в районах вулканической активности.

**Ключевые слова:** *U-Net*, сверточные нейронные сети, прогнозирование лавовых потоков, цифровая модель рельефа, сегментация изображений, синтетические данные

## DEVELOPMENT OF A NEURAL NETWORK FOR PREDICTING LAVA FLOW PROPAGATION USING DIGITAL ELEVATION MODELS

**A.O. Maslov,**

1st year student of the Department of Information Processing and  
Management Systems (IU-5),

**M.I. Kolosov,**

Lecturer at the Department of Management Information Processing  
Systems (IU-5),  
BMSTU,  
Moscow

**Annotation:** The paper presents an algorithm for predicting lava flow propagation zones based on a convolutional neural network of the U-Net architecture. The model's input data consists of a digital elevation model and the coordinates of the eruption source, which are used to form a multi-channel representation. To train the neural network model, a synthetic dataset was created, containing 1000 examples of artificially generated digital elevation models and corresponding lava flow propagation masks. To improve the stability of the training process, a combined loss function was used, representing a weighted combination of binary cross-entropy and the Dice function. Experimental evaluation of the model's quality was carried out using IoU and F1 metrics. The obtained results demonstrate high accuracy in segmenting lava flow zones. The developed algorithm is characterized by high computational efficiency and can be used for rapid assessment of potential hazard zones in volcanic activity areas.

**Keywords:** U-Net, convolutional neural networks, lava flow prediction, digital elevation model, image segmentation, synthetic data

---

Существующие подходы к прогнозированию распространения лавовых потоков подразделяются на два класса: физико-математические модели и алгоритмические методы, основанные на анализе цифровых моделей рельефа в среде ГИС.

В последние годы предпринимаются попытки применения методов машинного обучения [2, 3]. Однако используемые алгоритмы не учитывают пространственный контекст в явном виде и требуют ручного формирования признаков, что ограничивает их способность выявлять сложные нелинейные зависимости между рельефом и характером распространения лавы.

Сверточные нейронные сети, в частности архитектура U-Net, лишены указанных недостатков, поскольку позволяют автоматически извлекать пространственные признаки из матрицы высот и выполнять семантическую сегментацию зон распространения потока [4]. Применение подобных архитектур к задаче прогнозирования лавовых потоков остается недостаточно исследованным, что обуславливает актуальность разработки соответствующих алгоритмических решений.

**Целью** работы является повышение уровня безопасности населения и объектов инфраструктуры в районах вулканической активности за счет повышения точности и оперативности прогнозирования зон распространения лавовых потоков

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие **задачи**:

1. Провести сравнительный анализ существующих методов прогнозирования лавовых потоков.
2. Разработать алгоритм прогнозирования распространения лавовых потоков на основе сверточной нейронной сети *U-Net*.
3. Сформировать и подготовить набор данных.
4. Провести экспериментальную оценку разработанного алгоритма.
5. Провести оценку эффективности в экспериментальной оценке.

**Сравнительный анализ методов прогнозирования и обоснование выбора архитектуры**

Существующие методы прогнозирования распространения лавовых потоков можно разделить на три класса: физико-математические модели (MAGFLOW, LavaSIM), алгоритмы на основе анализа цифровых моделей рельефа (D8, D-infinity) и подходы с использованием машинного обучения. Физико-математические модели обеспечивают высокую точность, но требуют значительных

вычислительных ресурсов, что ограничивает их применение в оперативном режиме. ГИС-методы характеризуются высокой скоростью, однако не учитывают вязкость лавы и сложную динамику потока.

В качестве базовой архитектуры выбрана сверточная нейронная сеть U-Net. Данная архитектура позволяет автоматически извлекать пространственные признаки из цифровой модели рельефа, эффективно решать задачу бинарной сегментации и обеспечивает баланс между точностью прогнозирования и вычислительной эффективностью.

### **Теоретические основы и методика реализации алгоритма. алгоритм работы системы прогнозирования**

Представленный алгоритм реализует процедуру оперативного прогнозирования зоны распространения лавового потока на основе сверточной нейронной сети U-Net. Алгоритм преобразует исходные пространственные данные в карту вероятности и бинарную зону опасности. Ниже приведено описание этапов в соответствии с блок-схемой (рис. 1).

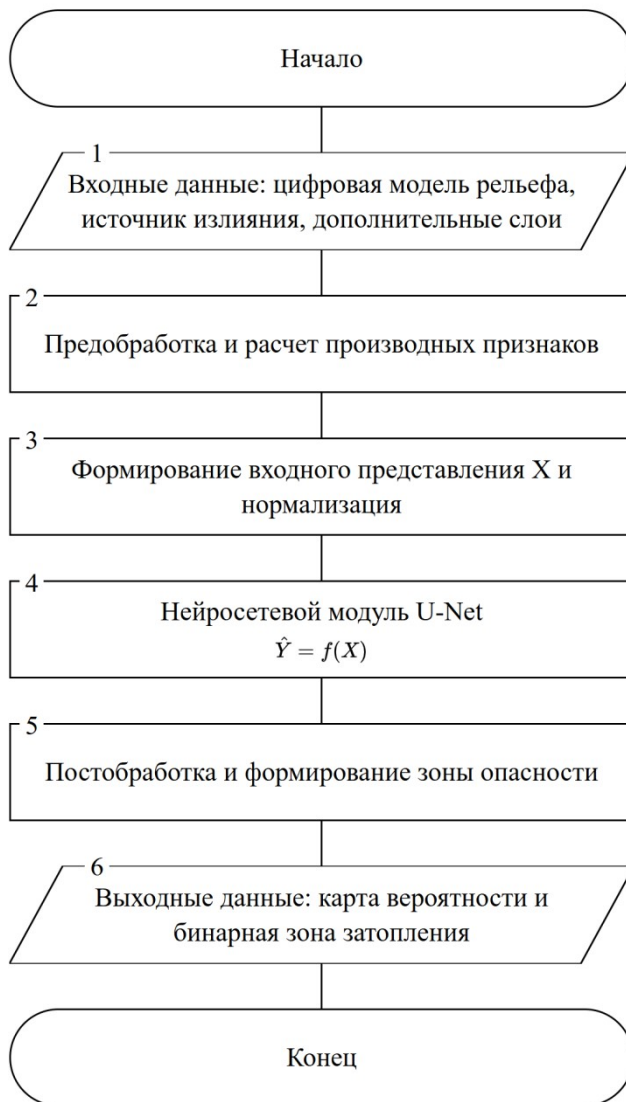


Рисунок 1 – Блок-схема алгоритма прогнозирования

Представленный алгоритм реализует процедуру оперативного прогнозирования зоны распространения лавового потока на основе

сверточной нейронной сети архитектуры *U-Net*. Алгоритм формализует последовательность преобразования исходных пространственных данных в карту вероятности затопления и бинарную зону опасности. Ниже приведено описание этапов, соответствующих блок-схеме.

Блок 1 (ввод данных): загрузка цифровой модели рельефа, координат источника излияния и дополнительных тематических слоев (при наличии).

Блок 2 (предобработка): приведение исходных данных к единой координатной системе и разрешению, расчет производных характеристик рельефа (уклон, экспозиция).

Блок 3 (формирование входного представления): объединение подготовленных слоев в многоканальный тензор и нормализация признаков.

Блок 4 (нейросетевое прогнозирование): обработка входного представления обученной моделью *U-Net*:

$$\hat{Y} = f(X), \quad (5)$$

где  $X$  – входное представление пространственных признаков;

$f$  – обученная нейронная сеть;

$\hat{Y}$  – карта вероятности распространения лавового потока.

Блок 5 (постобработка): пороговая бинаризация карты вероятности для формирования итоговой зоны опасности.

Блок 6 (вывод результатов): формирование карты вероятности и бинарной маски для интеграции в геоинформационные системы.

Таким образом, разработанный алгоритм может быть формально представлен в виде параметрического отображения

$$f_{\theta} : X \rightarrow \hat{Y}, \quad (6)$$

где  $f_{\theta}$  – обученная нейросетевая модель архитектуры *U-Net* с параметрами  $\theta$ , остальные обозначения соответствуют формуле (5).

Архитектура и структурная организация нейросетевой модели *U-Net*

В качестве базовой нейросетевой архитектуры для решения задачи пространственной сегментации используется модель *U-Net*, зарекомендовавшая себя как эффективный инструмент обработки двумерных данных [7]. Архитектура *U-Net* включает в себя нисходящую ветвь, восходящую ветвь и систему пропускных соединений, обеспечивающих передачу пространственной информации между уровнями иерархии [8].

На рисунке 2 представлена общая структура архитектуры нейросетевой модели *U-Net*.

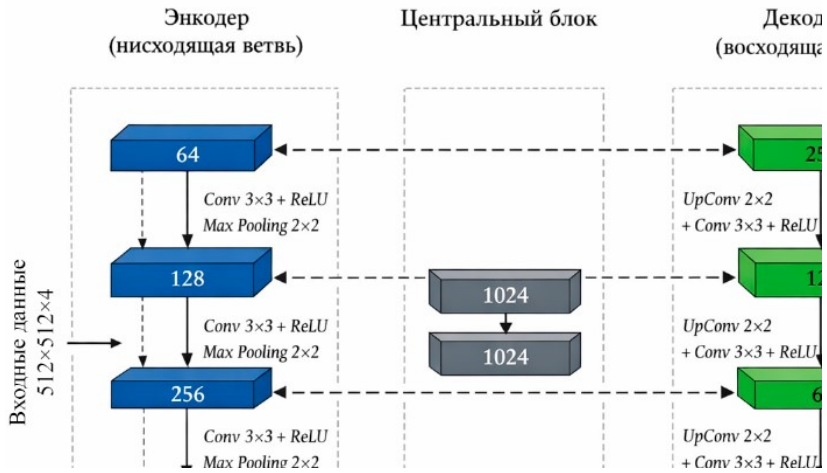


Рисунок 2 – Структурная схема архитектуры нейросетевой модели *U-Net*

Входные данные – тензор размером  $512 \times 512 \times 4$  (высота, уклон, экспозиция, расстояние до источника). Энкодер состоит из четырех уровней: на каждом выполняются две свертки  $3 \times 3$  с *ReLU*, затем *Max Pooling*  $2 \times 2$ , уменьшающий разрешение вдвое; количество каналов увеличивается с 64 до 512, карты признаков каждого уровня сохраняются для пропускных соединений. Центральный блок выполняет две свертки  $3 \times 3$  с увеличением числа каналов до 1024. Декодер симметричен энкодеру: каждый уровень начинается с повышающей свертки  $2 \times 2$ , затем конкатенация с соответствующим пропускным соединением, после чего две свертки  $3 \times 3$  с *ReLU*. Пропускные соединения передают карты признаков высокого разрешения из энкодера в декодер, позволяя сочетать глобальный контекст с локальными особенностями рельефа [7-10]. Выходной слой – свертка  $1 \times 1$  и сигмоидная активация, формирующие вероятностную карту размером  $512 \times 512 \times 1$ , где каждый пиксель – вероятность наличия лавы.

### Экспериментальные результаты и метрики оценки

Вычислительный эксперимент проводился на тестовой выборке синтетического датасета, содержащего 1000 примеров. Каждый пример –

многоканальный тензор размером  $128 \times 128 \times 4$  (высота, уклон, экспозиция, расстояние до источника). Датасет разделен на обучающую (800), валидационную (100) и тестовую (100) выборки. Обучение выполнялось с использованием оптимизатора Adam, размер батча – 16, количество эпох – 30.

Для оценки качества сегментации использовались метрики IoU (коэффициент пересечения объединения) и F1-мера.

На рисунке 3 представлена динамика изменения функции потерь на обучающей и валидационной выборках. Наблюдается устойчивое уменьшение значений, близость кривых свидетельствует об отсутствии переобучения.

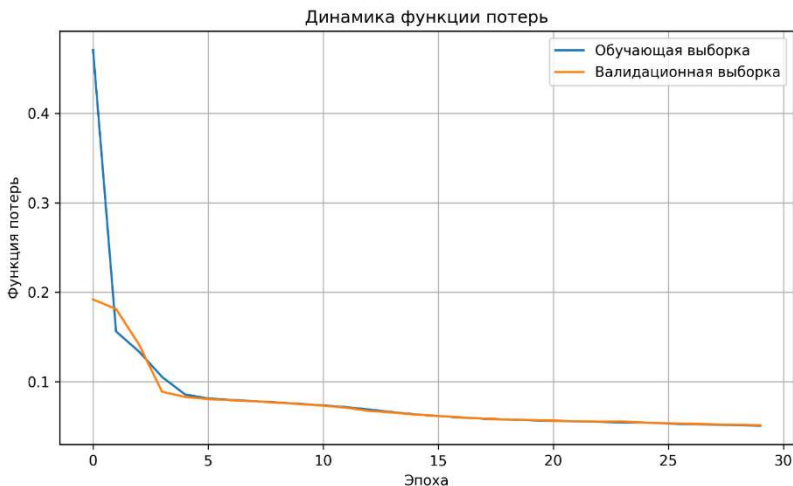


Рисунок 3 – Динамика изменения функции потерь на обучающей и валидационной выборках

Результаты количественной оценки качества сегментации представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Результаты оценки качества модели на тестовой выборке

Метрика	Значение
IoU	0,9147
F1-мера	0,9554

Полученные значения метрик свидетельствуют о высокой точности сегментации зон распространения лавового потока.

Для наглядной иллюстрации работы модели на рисунке 4 представлены примеры сегментации лавового потока на тестовой выборке.

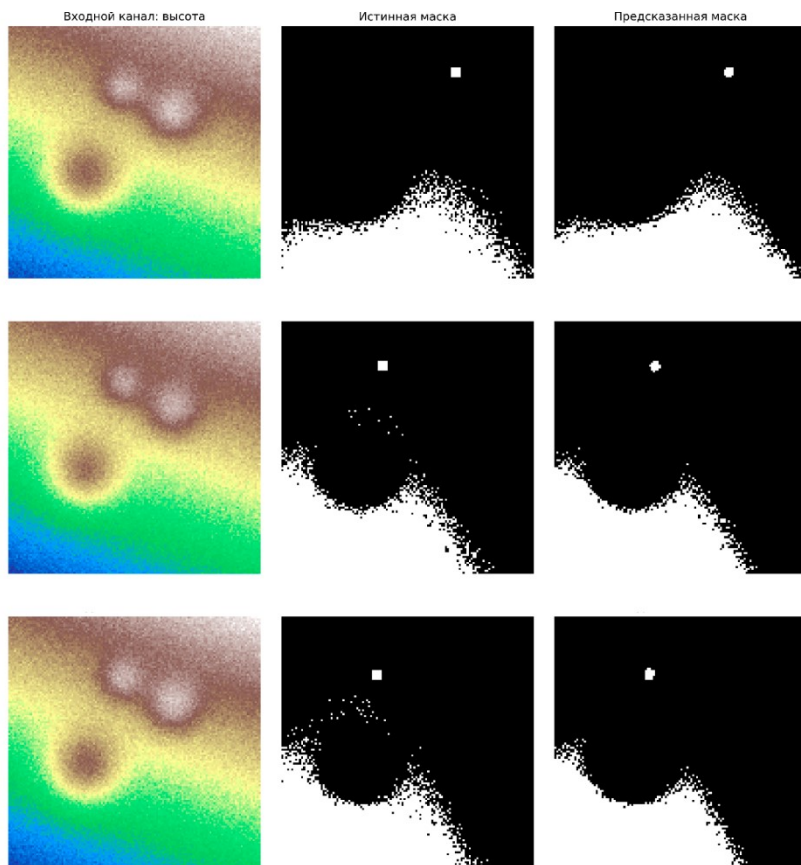


Рисунок 4 – Примеры сегментации зон распространения лавового потока на тестовой выборке

На рисунке 4 представлены примеры сегментации: исходные данные, эталонные маски и предсказанные моделью области. Визуально модель корректно воспроизводит форму и протяженность потока.

На рисунке 5 показано наложение предсказанных границ (красный) и эталонных (белый) на карту рельефа.

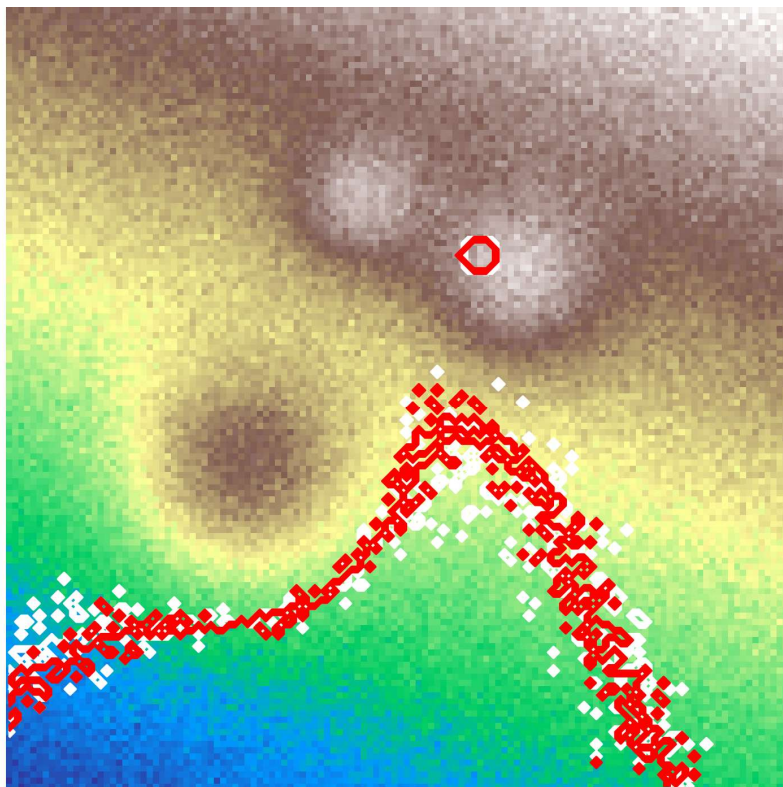


Рисунок 5 – Сравнение истинных и предсказанных границ лавового потока

Высокая степень совпадения контуров подтверждает пространственную точность модели; локальные расхождения сосредоточены в приграничных областях и являются типичными для задач сегментации.

## Заключение

В работе разработан алгоритм прогнозирования зон распространения лавовых потоков на основе сверточной нейронной сети архитектуры U-Net. Предложенный подход использует цифровую модель рельефа и координаты источника излияния для формирования многоканального входного представления (высота, уклон, экспозиция, расстояние до источника).

Для обучения модели сформирован синтетический датасет, содержащий 1000 примеров. Экспериментальная оценка показала высокую точность сегментации:  $IoU = 0,9147$ ,  $F1 = 0,9554$ .

Полученные результаты подтверждают эффективность применения сверточных нейронных сетей для решения задачи прогнозирования лавовых потоков по цифровым моделям рельефа. Разработанный алгоритм может использоваться для оперативной оценки зон потенциальной опасности в районах вулканической активности.

## Список литературы

- [1] Вулканы // Большая российская энциклопедия – Москва: Большая российская энциклопедия, 2004-2017. [Электронный ресурс]. – URL: <https://bigenc.ru/c/vulkany-8b4ad6> (дата обращения: 27.10.2025).
- [2] Степанов И.Ю. Использование методов машинного обучения в геоинформационных моделях при решении задач геофизической разведки // Вестник СГУГиТ (Сибирского государственного университета геосистем и технологий). – 2024. №2. [Электронный ресурс]. – URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/ispolzovanie-metodov-mashinnogo-obucheniya-v-geoinformatsionnyh-modelyah-pri-reshenii-zadach-geofizicheskoy-razvedki> (дата обращения: 15.11.2025).
- [3] Криницкий М.А. Методы машинного обучения в геофизике: современные возможности, вызовы и тенденции: текст доклада / М.А. Криницкий. – Москва, 18 окт. 2023. [Электронный ресурс]. – URL: <https://mathcenter.ru/machine-learning-methods-in-geophysics-current-opportunities-challenges-and-trends> (дата обращения: 14.12.2025).
- [4] Клехо Д.Ю. Использование технологии сверточных нейронных сетей в сегментации объектов изображения / Д.Ю. Клехо, Е.Б. Карелина, Ю.П. Батырев // Лесной вестник / Forestry Bulletin. –

2021. Т. 25. № 1. 140-145 с. – DOI: 10.18698/2542-1468-2021-1-140-145 (дата обращения: 28.12.2025).

[5] Салтыков С.А. Экспериментальное сопоставление методов взвешенной суммы, теории полезности и теории важности критериев для решения многокритериальных задач с балльными критериями // УБС. – 2010. №29. [Электронный ресурс]. – URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/eksperimentalnoe-sopostavlenie-metodov-vzveshennoy-summy-teorii-poleznosti-i-teorii-vazhnosti-kriteriev-dlya-resheniya> (дата обращения: 29.12.2025).

[6] Cabello-Solorzano K., Ortigosa de Araujo I., Peña M., Correia L., J. Tallón-Ballesteros A. (2023). The Impact of Data Normalization on the Accuracy of Machine Learning Algorithms: A Comparative Analysis. In: García Bringas, P., et al. 18th International Conference on Soft Computing Models in Industrial and Environmental Applications (SOCO 2023). SOCO 2023. Lecture Notes in Networks and Systems, vol 750. Springer, Cham. [https://doi.org/10.1007/978-3-031-42536-3\\_33](https://doi.org/10.1007/978-3-031-42536-3_33) (дата обращения: 30.12.2025)

[7] Гудфеллоу И. Глубокое обучение / И. Гудфеллоу, Й. Бенджио, А. Курвилль ; пер. с англ. – Москва: ДМК Пресс, 2018. 652 с. – ISBN 978-5-97060-615-7 (дата обращения: 17.01.2026).

[8] Ronneberger O. U-Net: Convolutional Networks for Biomedical Image Segmentation / O. Ronneberger, P. Fischer, T. Brox // Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention – MICCAI 2015. – Cham: Springer, 2015. 234-241 p. – DOI: 10.1007/978-3-319-24574-4\_28 (дата обращения: 10.01.2026).

[9] Терехов В.И. Использование генеративных сетей для создания синтетических обучающих выборок в задачах классификации изображений / В.И. Терехов, М.И. Колосов // Русский инженер: Сборник тезисов III Всероссийского конгресса с международным участием, Москва, 29-31 октября 2025 года. – Москва: Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет), 2025. 270-271 с. – EDN LАСТАК (дата обращения: 07.02.2026).

[10] Клехо Д.Ю. Использование технологии сверточных нейронных сетей в сегментации объектов изображения / Д.Ю. Клехо, Е.Б. Карелина, Ю.П. Батырев // Лесной вестник / Forestry Bulletin. –

2021. Т. 25. № 1. 140-145 с. – DOI: 10.18698/2542-1468-2021-1-140-145 (дата обращения: 17.01.2026).

### **Bibliography (Transliterated)**

[1] Volcanoes // The Great Russian Encyclopedia – Moscow: The Great Russian Encyclopedia, 2004-2017. [Electronic resource]. – URL: <https://bigenc.ru/c/vulkany-8b4ad6> (accessed: 27.10.2025).

[2] Stepanov I.Yu. Using Machine Learning Methods in Geoinformation Models for Solving Geophysical Exploration Problems // Bulletin of SSUGiT (Siberian State University of Geosystems and Technologies). – 2024. No. 2. [Electronic resource]. – URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/ispolzovanie-metodov-mashinnogo-obucheniya-v-geoinformatsionnyh-modelyah-pri-reshenii-zadach-geofizicheskoy-razvedki> (date of access: 15.11.2025).

[3] Krinitsky M.A. Machine learning methods in geophysics: modern capabilities, challenges and trends: text of the report / M.A. Krinitsky. – Moscow, October 18, 2023. [Electronic resource]. – URL: <https://mathcenter.ru/machine-learning-methods-in-geophysics-current-opportunities-challenges-and-trends> (date of access: 14.12.2025).

[4] Klekho D.Yu. Using convolutional neural network technology in image object segmentation / D.Yu. Klekho, E.B. Karelina, Yu.P. Batyrev // Forestry Bulletin. – 2021. Vol. 25. No. 1. 140-145 p. – DOI: 10.18698/2542-1468-2021-1-140-145 (accessed: 28.12.2025).

[5] Saltykov S.A. Experimental comparison of weighted sum methods, utility theory and criterion importance theory for solving multicriteria problems with scoring criteria // UBS. – 2010. No. 29. [Electronic resource]. – URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/eksperimentalnoe-sopostavlenie-metodov-vzveshennoy-summy-teorii-poleznosti-i-teorii-vazhnosti-kriteriev-dlya-resheniya> (access date: 12/29/2025).

[6] Cabello-Solorzano K., Ortigosa de Araujo I., Peña M., Correia L., J. Tallón-Ballesteros A. (2023). The Impact of Data Normalization on the Accuracy of Machine Learning Algorithms: A Comparative Analysis. In: García Bringas, P., et al. 18th International Conference on Soft Computing Models in Industrial and Environmental Applications (SOCO 2023). SOCO 2023. Lecture Notes in Networks and Systems, vol 750. Springer, Cham. [https://doi.org/10.1007/978-3-031-42536-3\\_33](https://doi.org/10.1007/978-3-031-42536-3_33) (Accessed: 30.12.2025)

[7] Goodfellow, I. Deep Learning / I. Goodfellow, Y. Bengio, A. Courville; trans. from English. – Moscow: DMK Press, 2018. 652 p. – ISBN 978-5-97060-615-7 (Accessed: 17.01.2026).

[8] Ronneberger O. U-Net: Convolutional Networks for Biomedical Image Segmentation / O. Ronneberger, P. Fischer, T. Brox // Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention – MICCAI 2015. – Cham: Springer, 2015. 234-241 p. – DOI: 10.1007/978-3-319-24574-4\_28 (accessed: 10.01.2026).

[9] Terekhov V.I. Using generative networks to create synthetic training samples in image classification problems / V.I. Terekhov, M.I. Kolosov // Russian Engineer: Collection of abstracts of the III All-Russian Congress with international participation, Moscow, October 29-31, 2025. – Moscow: Moscow State Technical University named after N.E. Bauman Moscow State University (National Research University), 2025. 270-271 p. – EDN LACTAK (accessed: 07.02.2026).

[10] Klekho D.Yu. Using convolutional neural network technology in image object segmentation / D.Yu. Klekho, E.B. Karelina, Yu.P. Batyrev // Forestry Bulletin. – 2021. Vol. 25. No. 1. 140-145 p. – DOI: 10.18698/2542-1468-2021-1-140-145 (accessed: 17.01.2026).

© А.О. Маслов, М.И. Колосов, 2026

Поступила в редакцию 14.03.2026

Принята к публикации 26.03.2026

---

### *Для цитирования:*

Маслов, А. О., Колосов, М. И. Алгоритм прогнозирования лавовых потоков по цифровым моделям рельефа на основе U-Net [Текст] / А. О. Маслов, М. И. Колосов // Инновационные научные исследования. – 2026. – № 3-1(71). – С. 45-58.

## РАЗДЕЛ. ГУМАНИТАРНЫЕ НАУКИ

<https://doi.org/>  
УДК 930

### МАРИЙ ЭЛ В ЭПОХУ ПЕРЕМЕН: 1990-1991 ГГ.

**А.В. Судьин,**

снс,

Институт востоковедения РАН,

г. Москва

**Аннотация:** В статье говорится о политической ситуации в Марий Эл в начале 1990-х годов. Автор рассматривает важнейшие политические события в жизни республики, такие как принятие Декларации о суверенитете, проведение первых выборов в органы власти на альтернативной основе, зарождение национального движения. В этот период начался демонтаж прежней политической системы, и стала зарождаться новая система власти как в Марий Эл, так и в масштабах всей страны.

**Ключевые слова:** Марий Эл, политические реформы начала 1990-х годов

---

### MARI EL IN THE ERA OF CHANGE: 1990-1991

**A.V. Sudyin,**

Senior Researcher,

Institute of Oriental Studies, Russian Academy of Sciences,

Moscow

**Annotation:** The article talks about the political situation in Mari El in the early 1990s. The author considers the most important political events in the life of the republic, such as the adoption of the Declaration of Sovereignty, the holding of the first elections to the authorities on an alternative basis, the emergence of a national movement. During this

period, the dismantling of the previous political system began, and a new system of power began to emerge both in Mari El and nationwide.

**Keywords:** Mari El, political reforms of the early 1990s

---

В 1990 году Первый съезд народных депутатов РСФСР принял Декларацию о государственном суверенитете. В этом документе говорилось: «Российская Советская Федеративная Социалистическая Республика есть суверенное государство, созданное исторически объединившимися в нем народами. Суверенитет РСФСР – естественное и необходимое условие существования государственности России, имеющей многовековую историю, культуру и сложившиеся традиции» [1].

В статье 9 данной декларации содержалось заявление о правах автономных республик и других территориальных единиц в составе России: «Съезд народных депутатов РСФСР подтверждает необходимость существенного расширения прав автономных республик, автономных областей, автономных округов, равно как краев и областей РСФСР» [1].

После этого, по примеру властей РСФСР, органы представительной власти автономий в составе России также стали один за другим объявлять суверенитет. С 20 июля по 18 октября 1990 года декларации о государственном суверенитете приняли девять автономных республик: Северная Осетия; Карелия; Коми; Татарстан; Удмуртия; Саха-Якутия; Бурятия; Башкортостан; Калмыкия.

22 октября 1990 года на III (внеочередной) сессии Верховного Совета Марийской АССР двенадцатого созыва была принята Декларация о государственном суверенитете Марийской Советской Социалистической Республики. На этой же сессии официальное название республики было изменено – из него было убрано слово «автономная». Марий Эл приняла декларацию предпоследней из всех республик в составе РСФСР, принявших такой документ. После нее, 24 октября 1990 года, был провозглашен суверенитет Чувашии. А на следующий день суверенитет провозгласил Горный Алтай, имевший статус автономной области в составе Алтайского края.

В Декларации о государственном суверенитете Марийской ССР провозглашалось:

«Верховный Совет Марийской Автономной Советской Социалистической Республики: сознавая историческую ответственность за судьбу многонационального народа республики; удостоверяя уважение к суверенным правам всех народов, населяющих РСФСР и Союз ССР; отмечая несоответствие статуса автономной республики интересам дальнейшего политического, экономического, социального и духовного развития ее многонационального народа; реализуя неотъемлемое право марийской нации, всего народа республики на самоопределение; стремясь создать демократическое правовое государство, провозглашает государственный суверенитет республики и преобразует ее в Марийскую Советскую Социалистическую Республику.

1. Марийская Советская Социалистическая Республика – суверенное советское социалистическое государство, созданное на основе осуществления марийской нацией своего неотъемлемого права на самоопределение. Марийская ССР является субъектом Федерации РСФСР, Союза ССР и входит в состав РСФСР на основе Федеративного договора...

3. Носителем суверенитета и главным субъектом государственной власти республики является народ Марийской ССР...

4. Государственный суверенитет Марийской ССР провозглашается во имя высших целей – обеспечения каждому человеку неотъемлемого права на достойную жизнь, свободное развитие и пользование родным языком, каждому народу – на самоопределение в избранных им национально-культурных формах...

7. В Марийской ССР устанавливается верховенство Конституции и законов Марийской ССР над законами РСФСР и СССР, за исключением тех, которые приняты в соответствии с полномочиями, добровольно переданными республикой в ведение РСФСР и Союза ССР...

10. Земля, ее недра, воды, воздушное пространство, растительный и животный мир и другие природные ресурсы на территории Марийской ССР являются достоянием народа Марийской ССР и объявляются собственностью Марийской ССР...

11. Марийская ССР вне пределов полномочий, переданных ею добровольно РСФСР и СССР, самостоятельно ведет

внешнеэкономическую деятельность, устанавливает прямые экономические, культурные и иные связи с зарубежными государствами и формирует собственный валютный фонд...

16. Настоящая Декларация является основой для разработки Конституции и развития законодательства Марийской ССР, участия Марийской ССР в подготовке и заключении Союзного договора, договоров с РСФСР и другими республиками...» [2].

Провозглашение государственного суверенитета и изменение названия республики рассматривались как необходимые условия повышения статуса Марий Эл. Практически все автономные республики, входившие в РСФСР, отказались от термина «автономная» и таким образом приравнивали себя к союзным республикам. Но при этом большинство бывших автономий реально не рассматривало выход из состава России. Не стала исключением и Марийская ССР. Однако в Декларации подчеркивалось, что вхождение республики в состав РСФСР должно быть основано на специальном договоре. И при этом должны быть четко определены ее права как в составе России, так и на общесоюзном уровне (при условии, что республика добровольно передает федеральным и общесоюзным властям часть полномочий).

На III (внеочередной) сессии Верховного Совета 22 октября 1990 года был также принят закон «Об органах государственной власти и управления Марийской Советской Социалистической Республики», в соответствии с которым высший республиканский орган исполнительной власти был реформирован по образцу высших исполнительных органов союзных республик, входивших в СССР. Были также приняты флаг, герб и гимн Марийской ССР.

Состав Верховного Совета республики, принявшего Декларацию о государственном суверенитете, был также сформирован в 1990 году – за шесть месяцев до III сессии. При этом Верховный Совет республики впервые был избран на альтернативной основе. Выборы депутатов высшего представительного органа Марийской АССР состоялись одновременно с выборами народных депутатов РСФСР и выборами в местные советы. В результате альтернативных выборов в Верховный Совет МАССР его состав радикально изменился. 87,3% депутатов (131 из 150) были избраны впервые. В выборах приняли участие 81,3% зарегистрированных избирателей. По

сравнению с предыдущим составом Верховного Совета республики в нем выросла доля педагогов, ученых, медицинских работников. И при этом уменьшилась доля рабочих и крестьян. Свыше 90% депутатов имели высшее и незаконченное высшее образование. Национальный состав депутатов был следующим: русские – 81 человек (54%), марийцы – 44 человека (29,3%), татары – 10 человек (6,7%) и представители прочих национальностей – 15 человек (10%) [3].

Председателем Верховного Совета МАССР был избран первый секретарь обкома партии Г.А. Посибеев. Это полностью соответствовало новой линии КПСС, провозгласившей на XIX партийной конференции в 1988 году, что руководящие партийные работники должны избираться в республиканские, региональные и местные советы и получать поддержку со стороны их депутатов. Но после принятия Съездом народных депутатов РСФСР запрета на совмещение партийного и советского постов Г.А. Посибеев в августе 1990 года подал в отставку с поста председателя Верховного Совета Марийской АССР, и на этот пост был избран его первый заместитель В.М. Зотин, в прошлом секретарь Марийского обкома ВЛКСМ и выпускник Высшей партийной школы при ЦК КПСС. Он руководил Верховным Советом вплоть до своего избрания президентом Республики Марий Эл в декабре 1991 года.

Наряду с демократизацией политической жизни в республике на рубеже 1980-х – 1990-х годов началось возрождение и развитие марийского национального движения. Так, в 1989 году на Объединенном пленуме Марийского отделения Всероссийского общества охраны памятников истории и культуры (ВООПИК), Марийского отделения Всесоюзного фонда культуры и общества «Мемориал» была воссоздана марийская национальная региональная общественная организация «Марий ушем» («Марийский союз»). Она явилась наследником одноименной организации, основанной в 1917 году и прекратившей свое существование в 1918 году. Основными целями восстановленного «Марийского союза» стали сохранение и развитие языка, культуры и традиций марийского народа, а также содействие национальному самосознанию и сплоченности марийцев, проживающих в республике и за ее пределами.

В апреле 1990 года в Йошкар-Оле прошел учредительный съезд «Марий ушем». А за два месяца до этого, в феврале 1990 года,

вышел первый номер газеты «Марий чан» («Марийский колокол»), который стал печатным органом организации «Марий ушем».

26 апреля в республике впервые отметили День национального героя (Марий талешке кече). Этот день был установлен в память о легендарном марийском князе Болтуше (Полтыше), который во время Первой черемисской войны в середине XVI века погиб в борьбе с войсками Ивана Грозного. В этот день в республике отмечается память как князя Болтыша, так и всех выдающихся и знаменитых представителей марийского народа.

В июне 1990 года в Йошкар-Оле состоялась Первая встреча молодежи финно-угорских народов. На этом общественно-политическом форуме была создана Молодежная ассоциация финно-угорских народов (МАФУН). В декабре 1990 года устав этой организации был официально зарегистрирован распоряжением Совета Министров МССР. Наряду с молодежной встречей в столице республики также прошел первый Международный фольклорный фестиваль финно-угорских народов. Таким образом Марий Эл заявила о себе как об одном из мировых финно-угорских культурных центров.

В октябре 1990 года в Йошкар-Оле состоялась учредительная конференция Фонда развития культур финно-угорских народов. В следующем, 1991-м, году этот фонд совместно с Марийским телевидением (ГТРК «Марий Эл») выступил с инициативой проведения I Международного фестиваля телевизионных фильмов и программ «Финно-угорский мир». Этот фестиваль с успехом прошел в Йошкар-Оле в октябре 1991 года под девизом «Культура, нравственность, духовность и национальное возрождение». В дальнейшем данный фестиваль регулярно проходил в других финно-угорских культурных центрах, в том числе Сыктывкаре, Ижевске, Саранске и Ханты-Мансийске.

1991 год стал важным этапом в современной истории марийского народа, как и всех остальных народов России. 17 марта 1991 года состоялся Всесоюзный референдум по вопросу о сохранении СССР как обновленной федерации суверенных государств. В Марийской ССР в референдуме приняли участие 419,0 тыс. из 525,7 тыс. зарегистрированных избирателей. 79,6% из них проголосовали «За», 18,5% проголосовали «Против». 1,9% бюллетеней были признаны недействительными [4]. В целом по

РСФСР за сохранение Советского Союза высказались 71,3% граждан, принявших участие в референдуме, а в целом по СССР – 76,4% [4]. То есть поддержка Союза в Марийской ССР оказалась выше всероссийского и общесоюзного уровня.

Одновременно с референдумом о сохранении СССР состоялся всероссийский референдум о введении поста президента РСФСР. В целом по России в нем приняло участие 75,09% зарегистрированных избирателей. Из них 71,38% высказались «За», 28,62% – «Против», а 2,14% бюллетеней были признаны недействительными [5]. В Марийской ССР явка составила 79,62%. За введение поста президента РСФСР высказались 55,21%, против – 42,65% от общего числа граждан, принявших участие в референдуме. Еще 2,14% бюллетеней были признаны недействительными [6]. Таким образом поддержка идеи введения президентского поста в РСФСР в Марийской ССР оказалась ниже общероссийского уровня и даже ниже, чем в соседних республиках Поволжья, за исключением Татарстана, где этот референдум вообще не проводился.

В соответствии с итогами всероссийского референдума III Съезд народных депутатов РСФСР, состоявшийся в апреле 1991 года, принял решение о проведении 12 июня того же года выборов президента РСФСР. На этих выборах почти во всех регионах России победил Б.Н. Ельцин. Исключение составили лишь Горный Алтай, Северная Осетия, Тува и Агинский Бурятский округ, где победил Н.И. Рыжков, а также Кемеровская область, где победу одержал А.Г. Тулеев.

В Марийской ССР за Б.Н. Ельцина проголосовали 51,44% избирателей, принявших участие в выборах. Остальные голоса распределились следующим образом: Н.И. Рыжков получил 17,05%, А.Г. Тулеев – 11,18%, В.В. Жириновский – 6,58%, А.М. Макашов – 4,59%, В.В. Бакатин – 4,30%. 2,47% избирателей проголосовали против всех кандидатов [7]. Для сравнения можно отметить, что в целом по России Б.Н. Ельцина поддержали 57,30% избирателей, принявших участие в голосовании. За Н.И. Рыжкова проголосовали 16,85%, за В.В. Жириновского – 7,81%, за А.Г. Тулеева – 6,81%, за А.М. Макашова – 3,74%, за В.В. Бакатина – 3,42% и против всех кандидатов – 1,92% [7].

Наибольший процент проголосовавших за Б.Н. Ельцина в Марийской ССР отмечался в городах. Так, в столице, городе Йошкар-Ола, за него проголосовали 66,7% избирателей, принявших участие в выборах, а во втором по величине городе республики, Волжске, – 58,6% [8, С. 100]. В то же время в ряде сельских районов уровень поддержки Б.Н. Ельцина был заметно ниже. А в двух районах – Горномарийском и Килемарском – он вообще получил меньше голосов, чем Н.И. Рыжков. В первом из этих районов за Б.Н. Ельцина проголосовали 26,2% избирателей, принявших участие в выборах, а за Н.И. Рыжкова – 38,3%. Во втором из вышеназванных районов голоса избирателей распределились следующим образом: Б.Н. Ельцин получил 23,0%, а Н.И. Рыжков – 25,7%.

Наряду с референдумами о сохранении СССР и введении президентского поста в РСФСР в Марийской ССР 17 марта 1991 года прошел республиканский референдум по следующему вопросу: «Считаете ли Вы возможным передачу земли в частную собственность гражданам с правом ее купли-продажи через Советы народных депутатов, но не ранее 10 лет с момента получения земельного участка?» На этот вопрос положительно ответило прежде всего городское население республики. Например, в Волжске удельный вес проголосовавших «За» составил 60,1%, в Козьмодемьянске – 57%, в Йошкар-Оле – 51,6%. Однако в сельской местности положительно ответила на вопрос референдума заметно меньшая часть граждан, принявших участие в голосовании. Так, в Новоторьяльском районе «За» проголосовали 24,7%, в Оршанском районе – 21,6%, а в Мари-Турекском районе – лишь 18,5% от общего числа жителей, принявших участие в референдуме [8, С. 100].

Результаты голосования по вопросу о земле еще раз подтвердили, что сельское население в основной массе своей более консервативно, чем горожане, и поэтому оно с недоверием отнеслось к радикальным переменам в сфере политики и экономики. В то же время городское население показало бóльшую готовность к реформам.

Ровно через месяц после референдумов, 17 апреля 1991 года, на пятой сессии Верховного Совета Марийской ССР был принят закон «Об изменениях и дополнениях Конституции (Основного Закона) Марийской ССР», который внес изменения в конституцию, действовавшую еще с советского периода. В соответствии с этим

законом официальным названием республики стало «Марийская ССР – Республика Марий Эл» [9].

В конце августа 1991 года в политической жизни России произошли драматические события: неудачная попытка государственного переворота и, как результат этого, радикальное переустройство политической системы страны. После того как 18 августа был образован Государственный комитет по чрезвычайному положению в СССР (ГКЧП) и началось противостояние между ним и руководством РСФСР, власти Марийской ССР заняли выжидательную позицию, что было характерно для руководителей большинства регионов России. Правительство республики выступило с обращением к гражданам и призвало жителей Марийской ССР сохранять спокойствие, поддерживать правопорядок и не участвовать в несанкционированных политических мероприятиях. При этом чрезвычайное положение в республике не вводилось, и в целом ситуация оставалась сравнительно спокойной.

После провала попытки государственного переворота в СССР власти Марийской ССР выступили с заявлением, в котором осуждались действия ГКЧП и говорилось о поддержке руководства РСФСР, в том числе Б.Н. Ельцина. Было также заявлено о необходимости скорейшего подписания Союзного Договора и о своей приверженности быть субъектом РСФСР в составе обновленного Союза [10].

23 августа 1991 года по распоряжению правительства Марийской ССР была приостановлена деятельность республиканской организации КПСС. 25 августа указом Президиума Верховного Совета республики был приостановлен выпуск газеты «Марийская правда» с формулировкой «за пропаганду акций ГКЧП СССР, направленных на насильственное свержение конституционного строя» [11]. Прокурор республики возбудил уголовное дело по материалам проверки деятельности рескома партии и СМИ республики. Но уже 4 сентября 1991 года «Марийская правда» вновь стала выходить, правда в качестве «независимой газеты». А в ноябре 1991 года старший помощник прокурора Марийской ССР по надзору за исполнением законов о государственной безопасности, советник юстиции В.И. Швецов вынес постановление о прекращении уголовного дела в отношении газеты «за отсутствием состава преступления» [11].

Одной из основных причин событий августа 1991 года было стремление консервативной части советского руководства предотвратить подписание нового союзного договора, по сути превращающего СССР из федеративного государства в конфедерацию суверенных республик. Проект данного договора готовился в рамках т. н. Новоогаревского процесса, инициированного президентом СССР М.С. Горбачевым с целью сохранить Советский Союз, в поддержку которого высказалось большинство населения страны на референдуме в марте 1991 года. 20 августа предполагалось начать подписание документа союзными республиками, выразившими готовность вступить в обновленный Союз. Автономные республики, в том числе и Марийская ССР, также связывали с Новоогаревскими соглашениями определенные надежды на повышение уровня своей самостоятельности. Однако неудавшаяся попытка ГКЧП захватить власть привела к фактическому свертыванию Новоогаревского процесса. И окончательно этот проект был похоронен после Беловежского соглашения, приведшего к распаду СССР.

В тот же день, когда в Беловежской пуще было подписано соглашение о роспуске СССР и образовании Содружества Независимых Государств (8 декабря 1991 года), в Марийской ССР прошли первые всенародные выборы президента республики. Выборы прошли на альтернативной основе. В бюллетень были включены три кандидата: действующий председатель Верховного Совета Марийской ССР В.М. Зотин, старший научный сотрудник Марийского НИИ языка, литературы и истории А.С. Казимов и директор Йошкар-Олинской обувной фабрики А.Г. Попов. Первого из них поддерживала большая часть республиканской номенклатуры. Вторым был кандидатом от движения «Демократическая Россия». А третьего поддержала марийская национальная общественная организация «Марий ушем».

Все три кандидата на президентский пост были марийцами по национальности. В то же время все претенденты на пост вице-президента были русскими. В паре с В.М. Зотиным избирался председатель Высшего экономического совета республики В.А. Галавтеев, с А.С. Казимовым – директор совхоза «Тепличный» М.М. Жуков (будущий председатель Государственного Собрания

Республики Марий Эл), а с А.Г. Поповым – заместитель председателя горсовета Йошкар-Олы В.В. Аристова.

В первом туре выборов В.М. Зотин получил чуть меньше половины голосов (48,1%) избирателей, принявших участие в голосовании. За А.Г. Попова проголосовали 11,2%, за А.С. Казимова – 11,1%. Причем в городах В.М. Зотина поддержали лишь чуть более 1/3 избирателей. А в сельской местности процент проголосовавших за него был заметно выше (например, в Горномарийском районе – 75,5%, в Параньгинском районе – 74,6%, в Моркинском районе – 72,1%) [8, с. 104].

Президентские выборы 1991 года проходили по системе «50% + 1 голос», то есть для победы необходимо было, чтобы за одного из кандидатов проголосовало больше половины от общего числа избирателей, принявших участие в голосовании. Причем явка на выборах должна была составить не менее половины от общего числа зарегистрированных граждан, имевших право голоса. В связи с тем, что ни один из кандидатов не набрал свыше половины голосов, 14 декабря 1991 года прошел второй тур выборов, в которых приняли участие В.М. Зотин и А.Г. Попов. В итоге первый из них получил наибольшее количество голосов (в том числе и в городах) и по результатам выборов стал президентом Марийской ССР. Таким образом первые в республике президентские выборы окончились победой председателя Верховного Совета, который заметно обошел как сторонника демократических сил, так и кандидата, поддержанного марийским национальным движением.

### Список литературы

[1] Декларация о государственном суверенитете Российской Советской Федеративной Социалистической Республики // Ведомости Съезда народных депутатов и РСФСР и ВС РСФСР. – 1990. № 2.

[2] Декларация о государственном суверенитете Марийской Советской Социалистической Республики // Марийская правда. 23 октября 1990 г.

[3] К 80-летию высшего законодательного органа республики. Верховный Совет Марийской АССР двенадцатого созыва [Электронный ресурс]. – URL:

<https://yoshkarola.bezformata.com/listnews/verhovnij-sovet-marijskoj-assr/65277023/?ysclid=lu1clqjsz430218105> (дата обращения: 23.12.2025).

[4] Сообщение Центральной избирательной комиссии референдума СССР «Об итогах референдума СССР, состоявшегося 17 марта 1991 года» // Правда. 27 марта 1991 г.

[5] Сообщение Центральной избирательной комиссии РСФСР по проведению референдумов // Российская газета. 26 марта 1991 г.

[6] Россия. Мартовский референдум, 1991 // Сайт «Электоральная география» [Электронный ресурс]. – URL: <https://www.electoralgeography.com/ru/countries/r/russia/1991-referendum-russia.html> (дата обращения: 23.12.2025).

[7] Россия. Президентские выборы, 1991 // Сайт «Электоральная география» [Электронный ресурс]. – URL: <https://www.electoralgeography.com/ru/countries/r/russia/1991-presidential-elections-russia.html> (дата обращения: 23.12.2025).

[8] Карпов А.В. Избирательные кампании 1991–2001 годов в становлении института президентства Марий Эл и Чувашии: общественно-политический и социально-демографический аспекты. Диссертация, кандидат исторических наук. Специальность 23.00.01. – Чебоксары, 2004.

[9] Государственное Собрание Республики Марий Эл. Наименования республики [Электронный ресурс]. – URL: <https://gsmari.ru/about/historical-references/republic-names/?ysclid=lted9xpxev177839510> (дата обращения: 23.12.2025).

[10] Национальная библиотека имени С.Г. Чавайна Республики Марий Эл. Про 100 о Марий Эл. 1990–1999 [Электронный ресурс]. – URL: <https://nbmariel.ru/content/pro100-o-mariy-el-1990-1999-gody?ysclid=lt345by80819937224> (дата обращения: 23.12.2025).

[11] Марийская правда. 19 августа 2011 г [Электронный ресурс]. – URL: <https://www.marpravda.ru/news/vsja-respyblika/kak-zakrivali-mariyskuyu-pravdu/?ysclid=lt33712dda536883767> (дата обращения: 25.12.2025).

## Bibliography (Transliterated)

[1] Declaration of State Sovereignty of the Russian Soviet Federative Socialist Republic // Bulletin of the Congress of People's Deputies of the RSFSR and the Supreme Soviet of the RSFSR. – 1990. No. 2.

[2] Declaration of State Sovereignty of the Mari Soviet Socialist Republic // Mari Pravda. October 23, 1990.

[3] On the 80th Anniversary of the Supreme Legislative Body of the Republic. Supreme Council of the Mari ASSR of the Twelfth Convocation [Electronic resource]. – URL: <https://yoshkarola.bezformata.com/listnews/verhovnij-sovet-marijskoj-assr/65277023/?ysclid=lu1clqjsz430218105> (accessed: December 23, 2025).

[4] Announcement of the Central Electoral Commission of the USSR Referendum "On the Results of the USSR Referendum Held on March 17, 1991" // Pravda. March 27, 1991.

[5] Announcement of the Central Electoral Commission of the RSFSR on Conducting Referendums // Rossiyskaya Gazeta. March 26, 1991.

[6] Russia. March Referendum, 1991 // Electoral Geography Website [Electronic resource]. – URL: <https://www.electoralgeography.com/ru/countries/r/russia/1991-referendum-russia.html> (date accessed: December 23, 2025).

[7] Russia. Presidential Elections, 1991 // Electoral Geography Website [Electronic resource]. – URL: <https://www.electoralgeography.com/ru/countries/r/russia/1991-presidential-elections-russia.html> (date accessed: 23.12.2025).

[8] Karpov A.V. Election campaigns of 1991-2001 in the formation of the institution of presidency of Mari El and Chuvashia: socio-political and socio-demographic aspects. Dissertation, Candidate of Historical Sciences. Specialty 23.00.01. – Cheboksary, 2004.

[9] State Assembly of the Republic of Mari El. Names of the republic [Electronic resource]. – URL: <https://gsmari.ru/about/historical-references/republic-names/?ysclid=lted9xpjev177839510> (date accessed: 23.12.2025).

[10] National Library named after S.G. Chavaina of the Republic of Mari El. About 100 about Mari El. 1990–1999 [Electronic resource]. –

URL: <https://nbmariel.ru/content/pro100-o-mariy-el-1990-1999-gody?ysclid=lt345by80819937224> (date of access: 23.12.2025).

[11] Mari Pravda. August 19, 2011 [Electronic resource]. – URL: <https://www.marpravda.ru/news/vsja-respyblika/kak-zakrivali-mariyskuyu-pravdu/?ysclid=lt33712dda536883767> (date of access: 25.12.2025).

© А.В. Судьин, 2026

Поступила в редакцию 18.03.2026

Принята к публикации 26.03.2026

---

***Для цитирования:***

Судьин, А. В. Марий Эл в эпоху перемен: 1990-1991 гг. [Текст] / А. В. Судьин // Инновационные научные исследования. – 2026. – № 3-1(71). – С. 59-72.

## РАЗДЕЛ. ОБЩЕСТВЕННЫЕ НАУКИ

<https://doi.org/>  
УДК 159.96

### КОММУНИКАТИВНЫЕ КОМПЕТЕНЦИИ В СИСТЕМЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНЫХ КАЧЕСТВ МЕДИЦИНСКИХ СПЕЦИАЛИСТОВ: ПСИХОЛОГИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ РАЗЛИЧИЙ ПО ПРОФИЛЯМ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

**Е.А. Серкова,**  
магистрант 2 курса, напр. «Клиническая психология»,  
СФ ГАОУ ВО МГПУ,  
г. Самара

**Аннотация:** В статье рассматривается роль коммуникативных компетенций как ключевого элемента профессионализма в медицинской сфере. Проанализирована прямая связь между уровнем коммуникативных навыков и качеством оказания медицинской помощи. Сравнительное исследование коммуникативных компетенций разных медицинских специальностей показало, что они образуют единую систему – с профильной спецификой и единым набором универсальных требований. Обоснована необходимость развития коммуникативных навыков на протяжении всей жизни. Результаты исследования помогут оптимизировать обучение медицинских специалистов с учетом психологических закономерностей формирования навыков (поэтапное освоение, имитационное моделирование, обратная связь) и повысить качество медицинской помощи за счет укрепления системы «врач–пациент» на основе доверия, понимания и эффективного взаимодействия.

**Ключевые слова:** коммуникативные компетенции, профессиональные качества медицинских работников, структура коммуникативных компетенций, психологический анализ

---

### COMMUNICATION COMPETENCES IN THE SYSTEM OF PROFESSIONAL QUALITIES OF MEDICAL SPECIALISTS:

## PSYCHOLOGICAL ANALYSIS OF DIFFERENCES BY ACTIVITY PROFILES

**E.A. Serkova,**

2nd year master's student, direction "Clinical Psychology",  
SF GAOU VO MGPU,  
Samara

**Annotation:** This article examines the role of communication skills as a key element of professionalism in the medical field. The direct link between the level of communication skills and the quality of medical care is analyzed. A comparative study of communication competencies across various medical specialties revealed that they form a unified system, with specialized features and a common set of universal requirements. The need for lifelong communication skills development is substantiated. The study's findings will help optimize the training of medical specialists, taking into account the psychological principles of skill development (stage-by-stage acquisition, simulation, and feedback), and improve the quality of medical care by strengthening the doctor-patient relationship based on trust, understanding, and effective interaction.

**Keywords:** communicative competencies, professional qualities of medical workers, structure of communicative competencies, psychological analysis

---

Профессиональная деятельность специалиста любой области, в частности, медицинской сферы, подразумевает владение им необходимой системы навыков и качеств, обеспечивающих достижение оптимальных клинических результатов, повышающих уровень качества оказания медицинской помощи.

Система профессиональных качеств медицинского специалиста является комплексной и включает когнитивные (профессиональные навыки, аналитическое мышление), практические (медицинские манипуляции), коммуникативные (способность выстраивать взаимоотношения), личностные (ответственность, стрессоустойчивость, эмоциональная регуляция и др.) навыки [1].

Согласно анализу ряда научных исследований, коммуникативные компетенции представляют собой ключевой элемент профессионализма специалистов в области медицины [2-4].

Коммуникативная компетентность медицинского специалиста представляет собой интегративное качество, объединяющее знания, умения, личностные характеристики, необходимые для эффективного взаимодействия в профессиональной среде [2].

Структура коммуникативных компетенций включает: вербальные навыки (четкость и доступность речи, грамотная формулировка вопросов и предложений и др.), невербальные навыки (мимика, жесты), эмоциональный интеллект (эмпатическое реагирование), процессуальные навыки (структурирование информации), командные навыки (координация взаимодействия с коллегами), этические навыки (уважение к личности пациента) [3].

Исследования подтверждают, что развитые коммуникативные компетенции напрямую коррелируют с:

- повышением приверженности лечению (по данным ВОЗ, эффективное взаимодействие увеличивает соблюдение рекомендаций на 30-40%);

- снижением количества жалоб и конфликтов (доверительные отношения с врачом сокращают риск обращения пациентов в вышестоящие органы);

- уменьшением числа диагностических ошибок (качественно собранный анамнез снижает риск неверного диагноза);

- профилактикой профессионального выгорания (навыки саморегуляции помогают сохранять эмоциональную стабильность);

- улучшением клинических исходов (доверие пациентов врачу способствует лучшему восстановлению) [4].

Коммуникативные компетенции медицинских специалистов имеют выраженную специфику, определяемую профилем деятельности, задачами профессионального общения.

Таблица 1 – Сравнительный анализ коммуникативных компетенций медицинских специалистов [5-8]

<b>Медицинская специальность</b>	<b>Ключевые коммуникативные задачи</b>	<b>Приоритетные коммуникативные компетенции</b>	<b>Особенности взаимодействия с пациентами</b>
Психотерапевты	Глубокое понимание эмоционального состояния пациента, построение долговременных терапевтических отношений	высокая эмпатия; коммуникативная толерантность; навыки активного слушания	Длительные сессии, фокус на эмоциональном состоянии, необходимость создания безопасной атмосферы
Педиатры	Установление контакта с ребенком и его родителями	доброжелательность; гибкость в общении	Необходимость учитывать возраст ребенка и уровень понимания родителей
Хирурги	Четкое информирование перед операцией, слаженное взаимодействие в операционной, координация команды	лаконичность и точность речи; командная коммуникация; стрессоустойчивость	Кратковременное взаимодействие
Терапевты	Сбор анамнеза, информирование о диагнозе и лечении, мотивация к профилактике, работа с хроническими заболеваниями	универсальные навыки активного слушания и информирования	Длительные отношения с пациентами
Специалисты узкого профиля (ЛОП,	Диагностика и выявление нарушений	тактичность и деликатность; вежливость и	Длительные взаимоотношения с пациентом

<b>Медицинская специальность</b>	<b>Ключевые коммуникативные задачи</b>	<b>Приоритетные коммуникативные компетенции</b>	<b>Особенности взаимодействия с пациентами</b>
гинеколог, офтальмолог и др.)	пациентов, качественный сбор анамнеза, информирование о лечении	корректность; точность формулировок	
Средний медицинский персонал (медсестры)	Психологическая поддержка, разъяснение процедур, выполнение назначений врача	внимательность и тактичность; эмоциональная устойчивость	Частый контакт с пациентами
Специалисты лабораторной диагностики	Четкие инструкции по подготовке к сдаче анализов, корректное информирование пациентов о результатах	вежливость и корректность; соблюдение границ взаимодействия	Кратковременные контакты

Анализ коммуникативных компетенций медицинских специалистов разных профилей демонстрирует, что коммуникация – не универсальный навык, а дифференцированная система, требования к которой напрямую зависят от специфики профессиональной деятельности [5].

Несмотря на различия коммуникативных компетенций среди специалистов различного профиля, можно отметить некоторые общие коммуникативные требования: глубокое понимание психологических особенностей пациентов; способность адаптировать медицинскую информацию; навыки эмоционального регулирования; тактичность и деликатность; командное взаимодействие [6].

Формирование коммуникативных компетенций должно начинаться на этапе вузовской подготовки, поскольку именно в данный период: закладываются фундаментальные знания о принципах эффективного общения с коллегами, пациентами и их родственниками; происходит практическое освоение и отработка

коммуникативных навыков (моделирование ситуаций, практическая деятельность будущего врача); формируется ценностное отношение к профессиональному общению [7].

Необходимость непрерывного освоения коммуникативных компетенций медицинского специалиста обусловлена тремя ключевыми факторами: динамичным развитием медицинской сферы (появление новых технологий и протоколов взаимодействия), поэтапным накоплением профессионального опыта и углублением специализации (возникновение новых коммуникативных задач), требованиями системы непрерывного профессионального образования [8].

Таким образом, анализ показывает, что коммуникативные компетенции в медицине сочетают профильную дифференциацию с универсальными требованиями. Их целенаправленное развитие и формирование должно начинаться на этапе вузовской подготовки и продолжаться на протяжении всей профессиональной карьеры.

### Список литературы

[1] Беликова А.М.Ф. Коммуникативная компетентность в профессиональной подготовке медицинских работников / А.М.Ф. Беликова // Дискуссия. – 2011. № 7. [Электронный ресурс] – URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/kommunikativnaya-kompetentnost-v-professionalnoy-podgotovke-meditsinskih-rabotnikov> (дата обращения: 02.02.2026).

[2] Мадалиева С.Х. Формирование и развитие коммуникативной компетентности врача / С.Х. Мадалиева, М.А. Асимов, С.Т. Ерназарова // Научное обозрение. Педагогические науки. – 2016. № 2. 66-73 с.

[3] Васильева Л.Н. О коммуникативной компетентности будущих врачей / Л.Н. Васильева // Медицинская психология в России. – 2013. Т. 5. № 5. 16 с.

[4] Шевелева Е. Исследование коммуникативной компетентности медицинских работников / Е. Шевелева // Вопросы студенческой науки. – 2018. № 11 (27). 48-52 с.

[5] Татров А.С. Сравнительный анализ формирования особенностей базовых и коммуникативных компетенций в структуре

личности студентов медицинских специальностей и их влияние на динамику стрессоустойчивости и адаптивности / А.С. Татров, Ч.С. Кусов, А.К. Фардзинова // Современные проблемы науки и образования. – 2024. № 4. [Электронный ресурс] – URL: <https://science-education.ru/ru/article/view?id=33596> (дата обращения: 02.02.2026).

[6] Майборода С.В. К вопросу о коммуникативной компетенции врача как об условии эффективного общения с пациентом / С.В. Майборода // Молодой ученый. – 2015. № 18 (98). 523-527 с.

[7] Селезнева Н.Т. Коммуникативные способности и их проявление у врачей хирургического и терапевтического профиля / Н.Т. Селезнева, А.В. Ланденюк // Мир науки. Педагогика и психология. – 2021. № 2. 1-11 с.

[8] Антипина О.В. Коммуникативная компетенция студента-медика: постановка проблемы / О.В. Антипина, М.И. Винокурова // Мир науки. Педагогика и психология. – 2025. Т. 13. № 6. [Электронный ресурс] – URL: <https://mir-nauki.com/PDF/84PDMN625.pdf>. (дата обращения: 02.02.2026).

### **Bibliography (Transliterated)**

[1] Belikova A.M.F. Communicative Competence in the Professional Training of Medical Workers / A.M.F. Belikova // Discussion. – 2011. No. 7. [Electronic resource] – URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/kommunikativnaya-kompetentnost-v-professionalnoy-podgotovke-meditsinskih-rabotnikov> (date of access: 02.02.2026).

[2] Madalieva S.Kh. Formation and Development of Communicative Competence of a Physician / S.Kh. Madalieva, M.A. Asimov, S.T. Ernazarova // Scientific Review. Pedagogical Sciences. – 2016. No. 2. 66-73 p.

[3] Vasilyeva L.N. On the communicative competence of future doctors / L.N. Vasilyeva // Medical Psychology in Russia. – 2013. Vol. 5. No. 5. 16 p.

[4] Sheveleva E. Study of communicative competence of medical workers / E. Sheveleva // Issues of student science. – 2018. No. 11 (27). 48-52 p.

[5] Tatrov A.S. Comparative analysis of the formation of features of basic and communicative competencies in the personality structure of students of medical specialties and their influence on the dynamics of stress resistance and adaptability / A.S. Tatrov, Ch.S. Kusov, A.K. Fardzinova // Modern problems of science and education. – 2024. No. 4. [Electronic resource] – URL: <https://science-education.ru/ru/article/view?id=33596> (date accessed: 02.02.2026).

[6] Maiboroda S.V. On the issue of a physician's communicative competence as a condition for effective communication with a patient / S.V. Maiboroda // Young scientist. – 2015. No. 18 (98). 523-527 p.

[7] Selezneva N.T. Communicative skills and their manifestation in surgical and therapeutic doctors / N.T. Selezneva, A.V. Landenok // The world of science. Pedagogy and psychology. – 2021. No. 2. 1-11 p.

[8] Antipina O.V. Communicative competence of a medical student: problem statement / O.V. Antipina, M.I. Vinokurova // World of Science. Pedagogy and Psychology. – 2025. Vol. 13. No. 6. [Electronic resource] – URL: <https://mir-nauki.com/PDF/84PDMN625.pdf>. (date accessed: 02.02.2026).

© *Е.А. Серкова, 2026*

Поступила в редакцию 11.03.2026

Принята к публикации 26.03.2026

---

***Для цитирования:***

Серкова, Е. А. Коммуникативные компетенции в системе профессиональных качеств медицинских специалистов: психологический анализ различий по профилям деятельности [Текст] / Е. А. Серкова // Инновационные научные исследования. – 2026. – № 3-1(71). – С. 73-80.